

1. Bestimmen Sie für die Vektoren

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{z} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$|\vec{x}|, |\vec{y}|, |\vec{z}|$, $\vec{y} \cdot \vec{z} \times \vec{x}$, Winkel zwischen \vec{y} und $\vec{z} \times \vec{x}$.

2. $z_1 = -2 - i$, $z_2 = 3 + 4i$

Berechnen Sie:

$$2z_1 - z_2^*, \frac{z_1}{z_2} + i \operatorname{Im}(z_1), z_1^3, z_1^* \cdot z_2.$$

Skizzieren Sie z_1, z_2 in der Gauß'schen Zahlenebene.

3. $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$

Berechnen Sie die Determinante und den Rang von A, B, C.
Wie lautet die Inverse Matrix von A? Und von B und C?

4. Welche Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 16 \end{cases}$$

bekommt man mit Hilfe der Cramerschen Regel?

5. Welche Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

bekommt man mit Hilfe des ~~Gauß'schen~~ Gauß'schen Eliminationsverfahrens?

6. Stellen Sie die Normen $\|\vec{x}\|_1 = 1$, $\|\vec{x}\|_2 = 1$ und

$\|\vec{x}\|_\infty = 1$ im \mathbb{R}^2 , d.h. $\vec{x} = (x_1, x_2)$, grafisch dar.

Berechnen Sie dazu jeweils x_1 für die Werte

$$x_2 \in \{0, 0.6, 0.5\}.$$

7. Definieren Sie den Begriff Binomialkoeffizient?

Bestimmen Sie $\binom{21}{19}$.

8. Sind die Vektoren $\vec{a} = (-1, 2, 3)$, $\vec{b} = (1, 0, 2)$, $\vec{c} = (0, 1, 1)$ linear unabhängig?

9. Wie wird eine vollständige Induktion für die Beweisführung durchgeführt?

10. Lösen Sie $\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^4 = 1$.

Benutzen Sie die (r, φ) -Darstellung.

12. Drehen Sie das Koordinatensystem in \mathbb{R}^2 um den Winkel $\pi/2$.

Welche Koordinaten hat dann der Punkt $A(1, -2)$?

Drehen Sie das Koordinatensystem in \mathbb{R}^2 um den Winkel $-\pi/2$.

Welche Koordinaten hat dann der Punkt $B(-3, 3)$?

13. Drehen Sie den Ortsvektor $\vec{a} = (-1, 2, 0)$ einmal $\pi/4$ um die y -Achse und dann $-\pi$ um die z -Achse. Welcher Ortsvektor \vec{a}' ergibt sich dann?

14. Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $p(\lambda)$ und die Eigenwerte für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

15. Ermitteln Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & 10 & 5 \end{pmatrix}$