

Beispiele zur Kontrolle des Wissens- und Fertigungsstandes

(entnommen den ersten 10 Seiten eines Skriptums zur Vorbereitung auf die Studienberechtigungsprüfung für *Mathematik I*)

Vereinfachung und Berechnung von Bruchausdrücken incl. gemischter Zahlen

$$(1) 5\frac{4}{5} + 3\frac{1}{6} - 4\frac{3}{8} + 2\frac{7}{12} - 1\frac{11}{24}$$

$$(2) \left(7\frac{3}{4} - 4\frac{3}{8}\right) \frac{4}{9} + \frac{3\frac{2}{3} + 2\frac{7}{12}}{\frac{5}{8}}$$

$$(3) \frac{\frac{\frac{11}{7} + \frac{9}{12}}{\frac{1}{15} - \frac{1}{15}} - \frac{9}{31}}{\frac{1}{8} + \frac{\frac{14}{15} + \frac{29}{60}}{\frac{7}{18} + \frac{11}{30}}}$$

Vereinfachung, Ausmultiplizieren und Dividieren von Termen

$$(4) 15x - 4y + 4z - (2x - 3y - z - (-x + 4y - 3z)) - (5x - y - (2z - 3x) + x)$$

$$(5) 5a^2 + b^2 - (3a^2 + 2ab - (2ab - b^2))$$

$$(6) (9r - 7s)(-2) + (3s + 4r)(-5)$$

$$(7) (3a^2bx^2)(-5a^2b^3x)$$

$$(8) (2x^3 - 5x^2y + 4xy^2 - 3y^2)(3x^2 + 2xy - y^2)$$

$$(9) (5x - 4y)^2 - (-5x + 4y)^2$$

$$(10) (2x + 3y)^3$$

$$(11) \frac{36x^4y^3z^2 - 42x^4y^5z^6 + 18x^5y^4z^3 - 48x^3y^6z^5}{6x^3y^3z^2}$$

$$(12) \frac{6a^4 - 9a^3 + 12a^2 - 15a}{3a}$$

Herausheben. Dividieren

$$(13) 5k + 5m - 5$$

$$(14) 36k^3 + 27k^2 - 18k$$

$$(15) (a - b)c - a + b$$

$$(16) (10x^2 + 29xy - 21y^2) : (5x - 3y)$$

$$(17) (3k^3 + 8k^2 - 5k - 6) : (3k + 2)$$

Lineare Gleichungen

$$(18) 2x - 12 = 7x - (1 - 3x - (4 - 5x))$$

$$(19) 3(2y - 8) - 2(4 - 3y) = 20y$$

$$(20) x(x - 4) + 2x^2 = 3(x + 2)(x - 3)$$

$$(21) (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2 = 3(x + 4)^2$$

Erweitern und Kürzen von Brüchen

$$(22) \text{ Für welches } u \text{ gilt } \frac{5x - 1}{2x - 3} = \frac{u}{x(2x - 3)^2}?$$

$$(23) \text{ Für welches } v \text{ gilt } \frac{x + y}{6a(x - y)} = \frac{v}{48a^3(x^2 - y^2)}?$$

$$(24) \text{ Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke: } \frac{18x^3y^2}{24x^2y}, \frac{6a^2b + 2ab^2}{18a^2 - 2b^2}, \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$$

(Hilfreich sind möglicherweise die Formeln

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

und $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.)

Zerlegen in Produkte, Vereinfachen

$$(25) \text{ Schreiben Sie als Produkte: } 6x^2y^3 + 18xy^4, x^2 - 4x + 4, 49x^2 - 36y^2$$

$$(26) \text{ Vereinfachen Sie: } (a - b)(a^2 + ab + b^2), (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$(27) \text{ Schreiben Sie als ein Bruch: } \frac{4a - 9b}{2ab} - \frac{b + 2a}{12a^2} - \frac{a - 7b}{4b^2}$$

$$(28) \text{ Vereinfachen Sie: } \frac{2}{x + y} - \frac{1}{x - y} - \frac{3y}{y^2 - x^2} + \frac{xy}{x^3 + y^3}$$

$$(29) \text{ Vereinfachen Sie: } \frac{1}{a^2 - a} + \frac{1}{a^2 + a}$$

$$(30) \text{ Vereinfachen Sie: } \frac{\frac{x - 1}{x}}{x^2 - 1} \frac{1 + x}{1 - x}$$
$$\frac{1}{4x^2}$$

Bruchgleichungen

Bestimmen Sie alle Lösungen von

$$(31) \frac{5}{x - 6} = \frac{5}{2}$$

$$(32) \frac{3}{2x-1} = \frac{2}{x+3}$$

$$(33) \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{2(x+8)}{x^2-4}$$

Quadratische Gleichungen

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungen

$$(34) x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(35) \frac{x^2}{3} - \frac{17x}{36} - \frac{11}{4} = 0$$

$$(36) (2x-3)^2 + (2x-4)^2 = 4(x-1)^2$$

$$(37) \frac{3x+2}{x-9} - \frac{1-2x}{x+3} = \frac{19}{(x-9)(x+3)}$$

Eine Textaufgabe

(38) Jemand hat die Wahl zwischen zwei Stromtarifen: Entweder monatlich 8 € Grundgebühr und 0,10 € pro KWh oder keine Grundgebühr und 0,18 € pro KWh.
Fragen:

- Bei welchem monatlichen Stromverbrauch sind die Kosten bei beiden Tarifen gleich?
- Bei welchem beträgt der Unterschied 10 €?
- Bei welchem ist der erste, bei welchem der zweite Tarif günstiger?

Rechnen mit Potenzen

Vereinfachen Sie:

$$(39) a^{x+2y} a^{3x+2z} \text{ und } \frac{a^{x+2y}}{a^{3x+2z}}$$

$$(40) (x^a - y^b)(x^a + y^b) - (x^a - y^b)^2$$

$$(41) \left(\frac{a^2-b^2}{x+y}\right)^n \left(\frac{x+y}{a+b}\right)^n$$

$$(42) ((a^2)^{-4})^{-3} - ((a^{-8})^{-1})^3$$

$$(43) \frac{a^x b^y (b-1)}{a^{x-1} b^{y-1} (1-b)^2}$$

Lösungen

- (1) $5\frac{43}{60}$ (2) 9 (3) 1 (4) $3x + 4y + 4z$ (5) $2a^2$ (6) $-38r - s$ (7) $-15a^4b^4x^3$
(8) $6x^5 - 11x^4y + 13x^2y^3 - 9x^2y^2 - 4xy^4 - 6xy^3 + 3y^4$ (9) 0 (10) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$
(11) $3x^2yz - 7xy^2z^4 + 6x - 8y^3z^3$ (12) $2a^3 - 3a^2 + 4a - 5$ (13) $5(k + m - 1)$
(14) $9k(4k^2 + 3k - 2)$ (15) $(a - b)(c - 1)$ (16) $2x + 7y$ (17) $k^2 + 2k - 3$ (18) $x = -5$
(19) $y = -4$ (20) $x = 18$ (21) $x = -\frac{17}{6} (= -2\frac{5}{6})$ (22) $u = x(2x - 3)(5x - 1)$
(23) $v = 8a^2(x + y)^2$ (24) $\frac{3xy}{4}, \frac{ab}{3a-b}, \frac{x+3}{x-3}$ (25) $6xy^3(x + 3 \cdot y), (x - 2)^2, (7x + 6y)(7 \cdot x - 6y)$
(26) $a^3 - b^3, x^3 + y^3$ (27) $-\frac{3a^3 - 45a^2b + 56ab^2 + b^3}{12a^2b^2}$ (28) $\frac{x^3}{(x^3 + y^3)(x - y)}$ (29) $\frac{2}{(a+1)(a-1)}$
(30) $\frac{4x}{1-x}$ (31) $x = 8$ (32) $x = 11$ (33) x beliebig, aber $\neq 2, -2$ (34) $x = 3$ oder $x = 2$
(35) $x = -\frac{9}{4}$ oder $x = \frac{11}{3}$ (36) $x = \frac{7}{2}$ oder $x = \frac{3}{2}$ (37) $x = -\frac{2}{5}$ oder $x = 2$
(38) a) 100, b) 255, c) Tarif 1 besser, wenn Verbrauch größer als 100; wenn Verbrauch kleiner als 100, Tarif 2 besser. (39) $a^{2(2x+y+z)}, a^{-2(x-y+z)}$ (40) $2x^ay^b - 2y^{2b}$
(41) $(a - b)^n$ (42) 0 (43) $\frac{ab}{b-1}$