Interaktives Mathematisches Paket SS 04
Übungen 16.5.2004

46. Schreiben Sie folgendes Programm zur Bestimmung einer Nullstelle einer differenzierbaren Funktion f: zuerst werden einige Schritte des Trisektionsverfahrens durchgeführt, bis eine vom Benutzer vorgegebene (grobe) Genauigkeit `tol` erreicht ist, schalten Sie anschließend auf das Newton Verfahren um. Wenn das Newton Verfahren nicht innerhalb der maximalen Anzahl von Iterationen konvergiert, sollte das Programm abbrechen, die Newton Iterationen ausgeben und den Benutzer auffordern, die Anfangsgenauigkeit `tol` zu verringern.
Geben sie dieses Beispiel bis 23.5.2004 ab,(Filename: `name_46.m`).

47. Testen sie dieses Programm mit $f(x) = \sqrt[11]{x^{11} - 1} + 0.5 + 0.05\sin(\frac{x}{100})$.

48. Die Konvergenzgeschwindigkeit einer konvergenten Folge (x_n) kann man durch die Größe $C = \lim_{n\to\infty} \frac{|x_{n+1}-x_n|}{|x_n-x_{n-1}|^p}$ abschätzen. Die Fälle $p = 1$, $p = 2$ und $p = 3$ bezeichnet man als lineare, quadratische bzw. kubische Konvergenz. Ist $p = 1$ und $C = 0$ spricht man von superlinearer Konvergenz. Schreiben Sie ein Programm welches die Konvergenzordnung einer Folge schätzt: (Hinweis: $\log|x_{n+1} - x_n| \approx \log C + p\log|x_n - x_{n-1}|$, bestimmen sie p mit linearer Regression, verwenden Sie `polyfit` und vergleichen Sie mit dem Resultat aus Bsp. 29.

49. Schätzen Sie die Konvergenzordnung der Folge der Newton Iterierten für $f(x) = e^{-x} - \sin x$, $g(x) = (x-1)^3$ und $h(x) = \sin x - x$. Worauf führen sie die unterschiedlichen Raten zurück?

50. Ausgehend von $x_0 = 1$ und $x_1 = 2$ wird eine Fibonacci Folge von Zufallszahlen gemäß $x_{n+1} = x_n \pm x_{n-1}$, $n \geq 2$, aufgebaut. Dabei bedeutet $\pm$, daß in dieser Folge $+$ und $-$ mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten. Man kann zeigen, daß mit Wahrscheinlichkeit 1 die Folge $|x_n|$ für n hinreichend groß wie c^n mit $c = 1.13198824\ldots$ wächst. Stellen Sie die beiden Folgen $(|x_n|)$ und c^n semilogarithmisch dar und verifizieren Sie dieses Resultat.