Interaktives Mathematisches Paket SS 04
Übungen 21.4.2004

34. Implementieren sie mit Hilfe eines geeigneten Skript-Files folgende $n \times n$–Matrix: $A(i,i) = 1$, $A(i,j) = -1$ für $j > i$, $i = 1, \ldots, n$ und $A(i,j) = 0$, sonst.

35. Untersuchen Sie experimentell die Gleichmäßigkeit der Konvergenz folgender Funktionenfolgen
$$f_n(x) = \arctan(nx), \quad g_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n}}, \quad g_n'.$$

36. Es sei $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ und $S = \lim_{n\to\infty} S_n$. Informieren Sie sich, wie man mit Hilfe des Quotienten-, Integral- bzw. Leibnizkriteriums den Fehler $|S - S_n|$ abschätzen kann. Wie kann man diese Information bei der numerischen Approximation einer konvergenten Reihe verwenden?
(Siehe z.B. exp_math.pdf auf http://www.uni-graz.at/imawww/peichl/teaching_peichl.html, Seiten 20 - 23)

37. Berechnen sie die Summen folgender Reihen mit einer Genauigkeit von n Stellen:
a)$\sum_{i=0}^\infty (1 + i^2)^{-1}$, $n = 6$
b)$\sum_{i=0}^\infty (-1)^i (2i + 1)^{-1} = \frac{\pi}{4}$, $n = 3$
c)$\sum_{i=0}^\infty \frac{1-2^i}{3^i}$, $n = 5$.
(Die Reihe in c) kann natürlich leicht direkt berechnet werden). Vergleichen Sie die Anzahl der benötigten Reihenglieder.

38. Approximieren Sie $f(x) = sin(x)$ auf dem Intervall a) $I = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, b) $I = [-\pi, \pi]$ durch das Taylorpolynom $\mathcal{T}_{2n+1}(x) = \sum_{i=0}^n (-1)^i \frac{x^{2i+1}}{(2i+1)!}$. Wählen Sie n so, daß $\max_{x\in I} |f(x) - \mathcal{T}_{2n+1}(x)| < 10^{-5}$ gilt (Tip: Verwenden sie das Restglied von Lagrange).