

Interaktives Mathematisches Paket SS 04
Übungen 24.3.2004

22. Berechnen Sie ein hinreichend langes Anfangsstück der Folgen

$$\begin{aligned}x_n &= (\sqrt[n]{n} - 1)^n, & y_n &= \frac{n!}{n^n}, \\u_n &= \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n}, & v_n &= \frac{n + (-1)^n(2n+1)}{n}.\end{aligned}$$

Stellen sie die Folgenstücke graphisch dar und formulieren Sie eine begründete Vermutung über Konvergenz bzw. Divergenz. Lösen sie die Aufgabe a) mit , b) nach Möglichkeit ohne `for` Schleifen.

23. Wie vorhin für die rekursiv definierten Folgen:

$$\begin{aligned}x_1 &= 1, & x_{n+1} &= \frac{3(1+x_n)}{3+x_n}, \\y_1 &= 2, & y_{n+1} &= \frac{1}{2}\left(y_n + \frac{3}{y_n}\right), \\z_0 &= 3, & z_1 &= -1; & z_{n+1} &= 2z_n + z_{n-1}\end{aligned}$$

Berechnen Sie gegebenenfalls exakt den Kandidaten für den Grenzwert.

24. Berechnen Sie die ersten 10 Partialsummen der geometrischen Reihe $\sum_{i=1}^{\infty} q^i$ für $q = \frac{1}{13}$ und $q = \frac{12}{13}$. Vergleichen Sie die Resultate mit der exakten Summe und bestimmen Sie die Konvergenzrate der beiden Partialsummenfolgen. Erklären sie das Resultat.
25. Erzeugen sie die ersten 20000 Glieder der Folge $f_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ mit und ohne Verwendung einer `for` Schleife. Welches Verfahren ist schneller?
26. Erzeugen sie die Partialsummen der Exponentialreihe

$$e_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$$

für $n = 0, \dots, 30$ in einer `for`-Schleife.

27. Die Folge in Beispiel 25 konvergiert gegen die Eulersche Zahl e . Bestimmen sie experimentell (in einer `while`-Schleife) den Index $N_{10^{-4}}$ so dass $|e_n - e| < 10^{-4}$ für $n > N_{10^{-4}}$. Vergleichen sie die Konvergenz mit der Konvergenz der Folge $f_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Fertigen sie eine Grafik an in dem das Konvergenzverhalten der beiden Folgen verglichen wird. Speichern sie die Grafik. Dokumentieren sie Ihre Rechnung mit `diary`. Senden Sie das File per e-mail bis 1.4.2004 an gunther.peichl@uni-graz.at
28. Die Schleife

```
for k = 1:40
Anweisungsblock
end
```

kann durch eine `while`-Schleife ersetzt werden, die genau die selben Berechnungen ausführt. Geben sie eine solche `while`-Schleife (mit Initialisierung) an.