

Interaktives Mathematisches Paket SS 04
Übungen 16.3.2004

9. Stellen Sie folgende Funktionen auf einem relevanten Intervall graphisch dar.

$$f(x) = (x+1)^2 \sqrt[3]{x^2}, \quad h(x) = x \ln x$$

$$g(x) = \frac{10 \sqrt[3]{(x-1)^2}}{x^2+9}, \quad k(x) = \frac{\sin x}{x}$$

Erstellen sie die Graphiken jeweils mit PLOT, FPLOT bzw. EZPLOT. Verwenden Sie GIN-PUT, um die ungefähre Lage und die zugehörigen Funktionswerte interessanter Stellen (Nullstellen, Maxima, Minima, Spitzen) aus dem Graph abzulesen.

10. Stellen Sie $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ und $g(x) = \sqrt{x^2-4}$ graphisch dar. Verwenden Sie SUBPLOT, um die beiden Graphen nebeneinander zu platzieren.
11. Stellen Sie die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x < 2 \\ 4 & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

auf dem Intervall $[-2, 4]$ graphisch dar.

12. Stellen sie mit Hilfe einer geeigneten Graphik eine Vermutung über die Existenz folgender Grenzwerte auf:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{2x}{x+4} + \frac{8}{x+4} \right),$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{2x}{x+4} - \frac{8}{x+4} \right), \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 - x - 6)^2}{x+2}$$

13. Es sei $f(x) = (x - 1/2) \sin(x + 2)$. Stellen Sie f , f' und f'' in einer einzigen Graphik mit verschiedenem Linientyp dar. Fügen Sie mit LEGEND eine Erläuterung der einzelnen Linientypen ein. Lesen Sie mit GINPUT die ungefähre Lage der Nullstellen, lokalen und globalen Extrema und der Wendepunkte der Funktion ab, markieren Sie diese Stellen mit verschiedenen Markersymbolen und ergänzen sie einige dieser Stellen mit Pfeil und erläuterndem Text.
14. Manche Kurven lassen sich am einfachsten in Polarkoordinaten beschreiben, z. B. eine logarithmische Spirale $r = e^{-\varphi/2}$ oder eine Kardioid $r = a(1 + \cos(\varphi))$. Stellen Sie diese Kurven ($a = 1$)
- (a) mit POLAR
- (b) mit einer der Standardmethoden dar (Hinweis: $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$).
15. $x = (a+b) \cos t - b \cos((\frac{a}{b} + 1)t)$, $y = (a+b) \sin t - b \sin((\frac{a}{b} + 1)t)$, $t \in [0, 12\pi]$ ist eine Parametendarstellung einer Epizykloide. Stellen sie diese für $a = 12$, $b = 5$ graphisch dar. Beschriften Sie die Achsen, verwenden Sie für beide Koordinatenrichtungen denselben Maßstab. Variieren sie a und b .

16. Oft sind Funktionen nur implizit durch $f(x, y) = 0$ bestimmt. Veranschaulichen Sie mit EZPLOT die durch $x^5 + y^5 - xy^2 = 0$ bzw. durch $x^4 - y^4 = 4x^2y$ implizit gegebenen Funktionen.
17. Lösen Sie die Gleichung $x^4 - y^4 = 4x^2y$ nach x und setzen sie aus den verschiedenen Zweigen der Lösung die mit EZPLOT erzeugte Graphik zusammen. Zeigen Sie daß die Geraden $y = \pm x - 1$ Asymptoten an die implizit gegebene Funktion sind. (Tipp: Setzen Sie $y = 1/z$ und entwickeln Sie x/y als Funktion von z in eine Taylorreihe an $z = 0$.)
18. $x = \cos(20\pi t)$, $y = \sin(20\pi t)$ und $z = t$ ist die Parameterdarstellung einer Schraubenlinie im \mathbb{R}^3 . Stellen Sie die Schraubenlinie mit PLOT3 für $t \in (0, 1]$ graphisch dar. Verwenden sie auf der z-Achse eine lineare und eine logarithmische Skala und ordnen Sie die Graphiken nebeneinander an.
19. Stellen Sie graphisch dar:

$$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2),$$

$$g(x, y) = \frac{-3y}{x^2 + y^2 + 1},$$

$$h(x, y) = e^{-x^2} + e^{-4y^2}.$$

Verwenden sie die Befehle MESH, SURF und EZMESH. (SURF zusammen mit SHADING INTERP ergibt ästhetisch ansprechende Graphiken).

20. Niveaulinien einer Funktion f in 2 Veränderlichen sind Kurven, auf denen der Funktionswert konstant ist. Informieren Sie sich über den Befehl CONTOUR und erzeugen Sie einen Contourplot der Funktionen aus Beispiel 19. Beschriften sie die Niveaulinien und interpretieren Sie die fertige Graphik.
21. Stellen sie die Kurven in Parameterdarstellung

$$(a) x(t) = \sin 2t; y(t) = \cos 3t; (b) x(t) = \cos t(1 + \cos t); y(t) = \sin t(1 + \cos t).$$

mit Hilfe von MATLAB grafisch dar. Hierbei liegt der Kurvenparameter t im Intervall $[0, T]$. Finden sie experimentell heraus, für welches T sich die Kurven (zum ersten Mal) schließen. Beschriften und speichern sie die Grafik.