

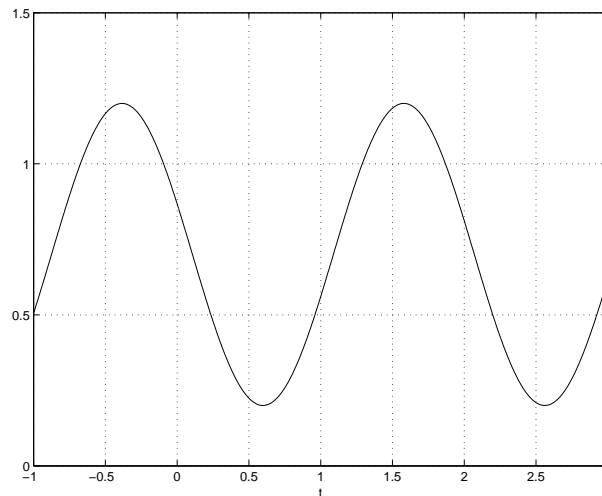
**Höhere Mathematik I**  
**Blatt 8      15.12.2009**

43. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichungen

$$a) \quad \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad b) \quad 2 \sin x + 3 \cos x = 0$$

im Intervall  $[0, 2\pi)$ .

44. Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen die Kenngrößen folgender sinusförmiger Schwingung  $f(t) = c + A \sin(\omega t + \varphi)$  (achten Sie auf die unterschiedliche Skalierung der Achsen!):



45. (a) Leiten Sie die Funktionen

$$A(r) = \pi r^2 \quad \text{und} \quad V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

ab!

(b) Suchen Sie die Formeln für die Fläche und den Umfang eines Kreises vom Radius  $r$  und die Formeln für das Volumen und die Oberfläche einer Kugel vom Radius  $r$ , und vergleichen Sie diese mit den in Aufgabenteil (a) erhaltenen Ergebnissen! Erklären Sie den Zusammenhang anschaulich!

(c) Wiederholen Sie die Überlegungen aus Aufgabenteil (b) für Fläche und Umfang eines Quadrats der Kantenlänge  $a$  und für Volumen und Oberfläche eines Würfels der Kantenlänge  $a$ ! Welcher Unterschied ergibt sich gegenüber Kreis bzw. Kugel?

46. Differenzieren Sie folgende Funktionen

$$\begin{array}{llll} x \rightarrow \frac{x^3 - \sqrt{x}}{1 + \sin^2 x}, & x \rightarrow \frac{1}{\ln x}, & x \rightarrow \ln(\ln x), & x \rightarrow e^{\sin(x^2)}, \\ x \rightarrow 2^x, & x \rightarrow x^x, & x \rightarrow \log_a x, & x \rightarrow \log_x a. \end{array}$$

Warum sind die Funktionen auf ihrem jeweiligen Definitionsbereich differenzierbar?

47. Warum sind die Funktionen  $\arcsin$  und  $\arccos$  auf  $(-1, 1)$ , die Funktion  $\arctan$  auf  $\mathbb{R}$  differenzierbar? Bestimmen Sie die Ableitungen. Existieren die Ableitungen von  $\arcsin$  und  $\arccos$  auch in  $x = \pm 1$ ?
48. Bestimmen Sie die Umkehrfunktion der Einschränkung des Sinus auf das Intervall  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$ .