

**Höhere Mathematik I WS 2009 / 2010**  
**Blatt 4      3.11.2009**

19. Zeigen Sie für  $a, b \in \mathbb{R}$ :

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

(Tip:  $\forall x \in \mathbb{R}: x \leq |x|$ .)

20. Betrachten Sie die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - [x]$ . Existiert ein  $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , sodass  $f(x) = f(x + c)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt?

21. Gibt es eine Bijektion der geraden natürlichen Zahlen auf die natürlichen Zahlen?

22. Geben Sie alle Häufungspunkte der Menge  $M = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \cup \mathbb{Z}$  an.

23. Sei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x - 1$ . Zeigen Sie unter Verwendung der  $\varepsilon$ - $\delta$  Definition des Grenzwertes, daß  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3$  gilt.

24. Berechnen Sie folgende Grenzwerte und geben Sie die dafür verwendeten Rechenregeln an:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 1}{2 - x + 3x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 - 5x^2 - 3x + 2}{4 - x^2}$$