

Höhere Mathematik I WS 2009 / 2010
Blatt 4 3.11.2009

19. Zeigen Sie für $a, b \in \mathbb{R}$:

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

(Tip: $\forall x \in \mathbb{R}: x \leq |x|$.)

20. Betrachten Sie die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - [x]$. Existiert ein $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, sodass $f(x) = f(x + c)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt?

21. Gibt es eine Bijektion der geraden natürlichen Zahlen auf die natürlichen Zahlen?

22. Geben Sie alle Häufungspunkte der Menge $M = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \cup \mathbb{Z}$ an.

23. Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 1$. Zeigen Sie unter Verwendung der ε - δ Definition des Grenzwertes, daß $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3$ gilt.

24. Berechnen Sie folgende Grenzwerte und geben Sie die dafür verwendeten Rechenregeln an:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 1}{2 - x + 3x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 - 5x^2 - 3x + 2}{4 - x^2}$$