

Differentialgleichungen und Funktionentheorie für LAK SS 2014
8. Übungsblatt 6.6.2014

1. (a) Ein Gewicht der Masse m ist an einem dünnen Stab der Länge L befestigt und kann in einer Ebene pendeln. Zeigen Sie, dass unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes und der Masse des Stabes die Bewegungsgleichung gegeben ist durch

$$mL\vartheta''(t) = -mg \sin \vartheta(t),$$

wobei $\vartheta(t)$ die Winkelauslenkung zur Zeit t , gemessen im mathematisch positiven Sinne, bezeichnet.

- (b) Setzt man $x(t) = \vartheta(\sqrt{\frac{L}{g}}t)$ ergibt sich die Schwingungsgleichung des Pendels

$$x'' + \sin x = 0.$$

- (c) Skizzieren Sie das Phasenportrait der Pendelgleichung. Können Sie die Skizze interpretieren?

2. Bestimmen Sie den Charakter der Ruhelage von $z'(t) = Az(t)$ für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} -8 & 10 \\ -4 & 4 \end{pmatrix},$$

Skizzieren Sie für eine der Gleichungen das Phasenportrait.