Differentialgleichungen und Funktionentheorie für LAK SS 2014
6. Übungsblatt 9.5.2014

1. Es sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, in $\mathbb{R}^n$ sei versehen mit der Norm $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$. Zeigen Sie, dass die induzierte Matrixnorm gegeben ist durch
$$\|A\| = max_{1\leq j\leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|.$$

2. Überprüfen Sie, ob folgende Funktionen linear unabhängig sind: $\varphi_1(x) = \sin^2(x)$, $\varphi_2(x) = \cos^2(x)$, $\varphi_3(x) = \tan^2(x)$ und $\varphi_4(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} =$, $x \in \mathbb{R}$.

3. Gegeben sei das Matrixpolynom $\Phi(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ 0 & 2 & x^2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass die Spalten von Φ linear unabhängig in $C(\mathbb{R}, \mathbb{R}^3$ sind. Kann Φ eine Fundamentalmatrix sein?