

Integral- und Differentialrechnung für USW

6. Übungsblatt

22.11.2013

51. Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge

$$x_n = \frac{n^8 + 2n^7 - 3n^2 - 5n + 2}{(n^2 - 4) \cdot e^n}$$

52. Falls möglich, lösen Sie folgende Gleichungen.

a) $e^{2x} - e^x + 1 = 0$

b) $e^{2x} + e^x - 1 = 0$

c) $\ln(x^2) + \ln(x) - 1 = 0$

53. Es seien $a, b > 0$ mit $a \neq 1$ und $b = a^2$. Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der folgenden Gleichungen. (Sie brauchen x nur in der Form $x = \log_b(\dots)$, $x = \log_a(\dots)$ oder $x = \dots a^{\dots}$, $x = \dots b^{\dots}$ darstellen.)

a) $\exp_a(4x) + \exp_a(2x) = \exp_b(x) - \exp_b(2x) + 3$

b) $\log_a(4x) + \log_a(2x) = \log_b(x) - \log_b(2x) + 3$

54. Es seien $\alpha = \sqrt{2}$ und $\beta = \frac{\pi - \sqrt{8}}{2}$. Berechnen Sie (ohne Taschenrechner)

$$\cos(\alpha) [\cos(\beta) (\tan(\alpha) + 1) + \sin(\beta) (1 - \tan(\alpha))].$$

(Tipp: Verwenden Sie das Additionstheorem.)

55. Bei einer experimentellen Messung wird folgende Modellgleichung gefunden:

$$f(t) = \frac{3 - \sin\left(\left(\frac{t}{4} + 8\right)\pi\right)}{4}$$

wobei $t \in \mathbb{R}^+$ die Zeit in Sekunden beschreibt.

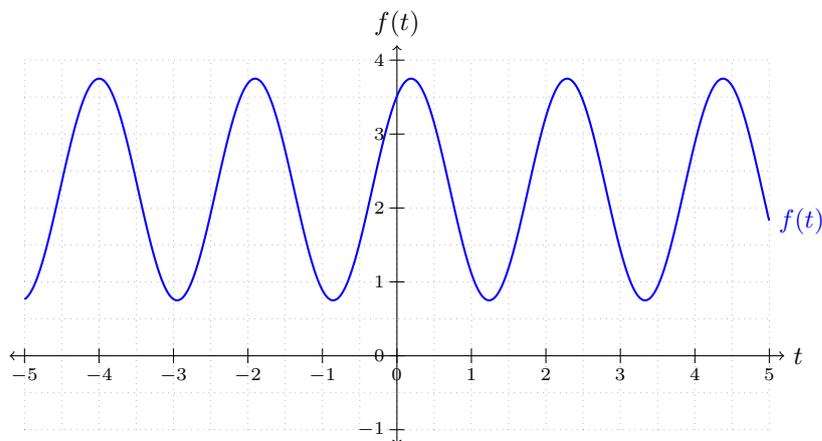
a) Bestimmen Sie: Mittelwert, Amplitude, Frequenz und Phasenverschiebung von f .

b) Nach $t = 12$ Sekunden misst Experimentator A einen Wert von $f(12) = 0,6$. Wie groß ist die Abweichung zu dem, nach der Modellgleichung zu erwartenden, Wert?

c) Experimentator A übermittelt seinem (ihrer) Kollegen(in), BerechnungsingenieurIn B den Messwert 0,6 und die Modellgleichung $f(t)$. Er/Sie verabsäumt es jedoch den Messzeitpunkt t bekannt zu geben.

Kann BerechnungsingenieurIn B den zugehörigen Messzeitpunkt berechnen? Falls ja, bestimmen Sie den Messzeitpunkt t . Falls, nicht argumentieren Sie warum dies nicht möglich ist, und schränken Sie die möglichen Zeitpunkte t soweit wie möglich ein.

56. Bestimmen Sie die Modellgleichung der dargestellten Schwingung:



57. Bestimmen Sie alle Lösungen im Intervall $[0, 2\pi]$ der Gleichung $2 \sin(x) - \cos(x) = 0$.

58. Berechnen Sie die Ableitungen der angegebenen Funktionen f und bestimmen Sie den Definitionsbereich der Ableitung. Weiters, berechnen Sie, falls möglich, die Ableitung an der Stelle $x_0 = \frac{1}{2}$.

a) $f(x) = x^{-2} + 7\sqrt[7]{x} - 5$

d) $f(y) = \ln(\ln(y))$

b) $f(k) = \frac{7^k}{\arctan(k)}$

e) $f(t) = e^{2t+3} t^3$

c) $f(z) = \frac{z^3 + z_0 z^2 - 15}{12 z^2 - 3}$

f) $f(n) = \log_{10}(n)$

59. Bestimmen Sie folgende Grenzwerte mit **und** ohne die *Regel von L'Hospital*.

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-\frac{1}{|x|}} (3x^{-1} - 2)$