

# Integral- und Differentialrechnung für USW

## 5. Übungsblatt

24. November 2015

42. Untersuchen Sie folgende Folgen auf Monotonie und Beschränktheit:

a)  $x_n = \frac{n-4}{n+2}$

b)  $y_n = (-1)^n(3n+4)$

43. Untersuchen Sie die Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Grenzwert.

a)  $x_n = \frac{2n^2+6}{\sqrt{5n^5}-3n+1}$

b)  $y_n = \frac{4n^2+2n}{3n^2-2} + \frac{n-2}{(n-3)n}$

44. Untersuchen Sie die Folgen auf Konvergenz und berechnen Sie die, gegebenenfalls uneigentlichen, Grenzwerte:

a)  $w_n = \frac{4n^4-3n+5n^{-6}}{4n^3-9n^2-6}$

c)  $y_n = \frac{(-4)^n+4}{4^{n+1}-(-3)^n}$

b)  $x_n = \frac{3^n-4}{2^n-3^n}$

d)  $z_n = \frac{(-5)^n+4}{5^{n+1}-(-3)^n} \cdot \frac{2^n-1}{4-3^n}$

45. Es sei

$$f : \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longmapsto \frac{3x}{4x+2} - \sqrt{x^2+5} \end{cases} \quad \text{eine Funktion und} \quad x_n = \frac{8n-2}{4n+17}$$

eine Folge. Berechnen Sie den Grenzwert der Folge  $y_n := f(x_n)$ .

46. Wir betrachten die Funktionen

$$f(x) = 3e^x + 4, \quad g(x) = \ln(3-2x)$$

Bestimmen Sie die Komposition  $f \circ g$ . (Also: Definitionsbereich, Wertebereich und Abbildungsvorschrift!)

47. In einem Forschungsprojekt soll die Fischzucht in Stadtgebieten erforscht werden. Dazu wird ein Becken aufgefüllt und anschließend mit 2000 Fischen bestückt.

Im Verlauf des Projekts werden regelmäßig Wasserproben genommen. Man stellt fest, dass im Wasser die Nitrit-Verschmutzung zeitlich exponentiell zunimmt.

Beim Befüllen wurde  $0,25 \frac{\mu\text{g}}{\text{l}}$  gefunden, was eigentlich vernachlässigbar ist. Nach 5 Tagen hatte sich der Nitrit-Anteil im Wasser verdoppelt.

a) Bestimmen Sie eine Funktion  $N(t)$ , die die Nitrit-Konzentration, abhängig von der Zeit (mit  $t$  in Stunden), beschreibt (inklusive Definitionsbereich und Wertebereich).

b) Nach wie vielen Stunden hat sich der Nitrit-Anteil auf das Achzigfache erhöht? (Dies würde einem gefährlichen Grenzwert entsprechen.)

48. Eine Bakterienkultur wächst stündlich um  $4,7\%$ . In der Kultur sind  $7 \cdot 10^5$  Bakterien (Anfangskultur), dies ist die maximale Größe für den vorhandenen Platz. Um eine größere Anzahl an Bakterien zu erhalten, wird die Kultur in einzelne Petrischalen wie folgt aufgeteilt:

- 12 Kulturen zu je  $4 \cdot 10^4$  Bakterien
- 4 Kulturen zu je  $3,5 \cdot 10^4$  Bakterien
- 8 Kulturen zu je  $10^4$  Bakterien.

Die neu angelegten Kulturen sind groß genug um *unbegrenztes* Wachstum (soweit praktisch benötigt) zu ermöglichen

a) Wie lange dauert es, bis in Summe  $9,4 \cdot 10^6$  Bakterien vorhanden sind?

- b) Würde man Zeit beim Wachstum gewinnen, wenn die gesamte Kultur in der ursprünglichen Schale genügend Platz gehabt hätte (Wir vernachlässigen *Aufbauzeiten*, wir betrachten nur das Wachstum der Kolonie)? Begründen Sie Ihr Argument mit einer Rechnung oder anhand einer Gleichung!

49. Falls möglich, lösen Sie folgende logarithmische Gleichungen.

a)  $\log_3(4x - 3) = 2$

c)  $\ln\left(\frac{5x - 3}{4x + 1}\right) = 1$

b)  $\frac{\ln(5x - 3)}{\ln(4x + 1)} = 1$

d)  $\log_9(4x^2 \cdot 18^x) = \log_3(\sqrt{8}x \cdot 3^x)$

50. Bei einer Messung werden folgende Daten ermittelt:

$x$	2,25	2,34	3,33	4,0	4,33	8,7
$y$	0,15	0,159	0,27	0,35	0,42	3,98

Welcher funktionelle Zusammenhang  $y(x) = ax^b$  bzw.  $y(x) = ae^{bx}$  spiegelt die Daten besser wieder? Schätzen Sie die Parameter  $a$  und  $b$ .