

Proseminar
Numerische Mathematik für LAK
Blatt 4 21.4.2006

16. Schreiben Sie ein Programm, welches das Adams-Bashforth-Verfahren zweiter Ordnung durchführt. Berechnen Sie erforderlichen Startwert mit dem Heun Verfahren. Lösen Sie mit ihrem Programm die Differentialgleichungen aus den Aufgaben 2,4 und vergleichen Sie die Ergebnisse mit dem Euler bzw. Heun Verfahren.
17. Leiten sie entsprechend der Diskussion in der Vorlesung das Adams-Bashforth-Verfahren dritter Ordnung her:

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{12}(23f_k - 16f_{k-1} + 5f_{k-2})$$

18. Wiederholen sie Beispiel 16 für das Adams-Bashforth-Verfahren dritter Ordnung.
19. Für das Adams-Bashforth-Verfahren zweiter Ordnung ist der lokale Diskretisierungsfehler gegeben durch

$$hL(x, h) = y(x+h) - y(x) - \frac{h}{2}(3f(x, y(x)) - f(x-h, y(x-h))).$$

Zeigen Sie unter geeigneten Annahmen über f die Abschätzung $\max_x |L(x, h)| \leq ch^2$.

20. Lösen Sie folgende steife Differentialgleichung

$$y' = \frac{50}{y} - 50y, \quad y(0) = \sqrt{2}$$

für $0 \leq x \leq 1$ a) mit dem Runge-Kutta-Verfahren 4.Ordnung, $h = 0.01$ auf $[0,0.1]$ und $h = 0.1$ auf $[0.1, 1]$, b) mit dem Rückwärts-Euler Verfahren

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_{k+1}, y_{k+1}), \quad k = 0, \dots, n-1.$$

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit der tatsächlichen Lösung $y(x) = \sqrt{1 + e^{-100x}}$.