

Proseminar
Numerische Mathematik für LAK
Blatt 1 14.3.2006

1. Schreiben Sie ein MATLAB-Programm zur numerischen Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(x) = f(x, y(x)), \quad y(x_0) = y_0.$$

Sehen sie die Möglichkeit vor, zwischen dem EULER Verfahren, dem HEUN Verfahren und dem RUNGE-KUTTA Verfahren 4. Ordnung auswählen zu können. Die Abbildung f ist in einem separaten Unterprogramm zu realisieren.

2. Verwenden Sie Ihr Programm zur Lösung von

$$y'(x) = \frac{y + x^2 - 2}{x + 1}, \quad y(0) = 2$$

auf dem Intervall $0 \leq x \leq 5$. Verwenden Sie die Schrittweiten $h = 0.2, 0.1, 0.05$ und verifizieren Sie die theoretische Konvergenzordnung der implementierten Verfahren. (exakte Lösung: $y(x) = x^2 + 2x + 2 - 2(x + 1) \log(x + 1)$)

3. Lösen Sie (numerisch) die Gleichung

$$y'(x) = -30y, \quad y(0) = \frac{1}{3}$$

auf dem Intervall $0 \leq x \leq 1.5$ mit der Schrittweite $h = 0.1$. Was fällt Ihnen auf?

4. Lösen Sie das Räuber-Beute Modell

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \alpha x + \beta xy, & x(0) &= 80, \\ \dot{y}(t) &= \gamma x + \delta xy, & y(0) &= 30, \end{aligned}$$

mit $\alpha = 0.25, \beta = -0.01, \gamma = -1.00, \delta = 0.01, 0 \leq t \leq 12$ und stellen Sie die Lösung in einem yx -Koordinatensystem dar. Verwenden Sie die Schrittweiten $h = 1, 0.5, 0.25$.

5. Zeigen Sie, daß das Verfahren

$$y_{k+1} = y_k + hf(x_k + \frac{h}{2}, y_k + \frac{h}{2}f(x_k, y_k)), \quad k \in \mathbb{N}_0$$

von zweiter Ordnung ist (Mittelpunktsregel).