Eigene Modellierung zur Evaluierung widersprechender Bausachverständigengutachten

Stephen Keeling
Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen
Karl Franzens Universität Graz

http://math.uni-graz.at/modellworkshop/

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in $t_0 = 0$.**

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in $t_0 = 0$.**
- **Die Innentemperatur ist $T(t)$ und**

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in** $t_0 = 0$.
- **Die Innentemperatur ist** $T(t)$ **und**
- **die Aussentemperatur ist** $T_\infty < T(t_0) = T_0$.

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in** $t_0 = 0$.
- **Die Innentemperatur ist** $T(t)$ **und**
- **die Aussentemperatur ist** $T_\infty < T(t_0) = T_0$.
- **Zeitdauer** t_1 **bis** $T(t_1) = T_\infty + p[T_0 - T_\infty]$ **?**

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in** $t_0 = 0$.
- **Die Innentemperatur ist** $T(t)$ **und**
- **die Aussentemperatur ist** $T_\infty < T(t_0) = T_0$.
- **Zeitdauer** t_1 **bis** $T(t_1) = T_\infty + p[T_0 - T_\infty]$ **?**

Das Newtonsche Kühlungsgesetz beschreibt Diffusion so:

$$E'(t) \propto [T_\infty - T(t)]$$

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in $t_0 = 0$.**
- **Die Innentemperatur ist $T(t)$ und**
- **die Aussentemperatur ist $T_\infty < T(t_0) = T_0$.**
- **Zeitdauer t_1 bis $T(t_1) = T_\infty + p[T_0 - T_\infty]$?**

Das Newtonsche Kühlungsgesetz beschreibt Diffusion so:

$$E'(t) \propto [T_\infty - T(t)]$$

oder mit $E(t) = \rho c V T(t)$,

$$\rho c V T'(t) = hS[T_\infty - T(t)], \quad T(t_0) = T_0$$

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in** $t_0 = 0$**.**
- **Die Innentemperatur ist** $T(t)$ **und**
- **die Aussentemperatur ist** $T_\infty < T(t_0) = T_0$**.**
- **Zeitdauer** t_1 **bis** $T(t_1) = T_\infty + p[T_0 - T_\infty]$ **?**

Das Newtonsche Kühlungsgesetz beschreibt Diffusion so:

$$E'(t) \propto [T_\infty - T(t)]$$

oder mit $E(t) = \rho c V T(t)$**,**

$$\rho c V T'(t) = hS[T_\infty - T(t)], \quad T(t_0) = T_0$$

Lösung ist $T(t) = T_\infty + [T_0 - T_\infty] \exp[-hSt/(\rho c V)]$**, und**

$$t_1 = \frac{\rho c V}{hS} \ln \frac{1}{p}.$$

Beispiel zur Aufwärmung: Heizung

Einführung in Wärmetransport:

- **Die Heizung wird ausgeschaltet in $t_0 = 0$.**
- **Die Innentemperatur ist $T(t)$ und**
- **die Aussentemperatur ist $T_\infty < T(t_0) = T_0$.**
- **Zeitdauer t_1 bis $T(t_1) = T_\infty + p[T_0 - T_\infty]$?**

Das Newtonsche Kühlungsgesetz beschreibt Diffusion so:

$$E'(t) \propto [T_\infty - T(t)]$$

oder mit $E(t) = \rho c V T(t)$,

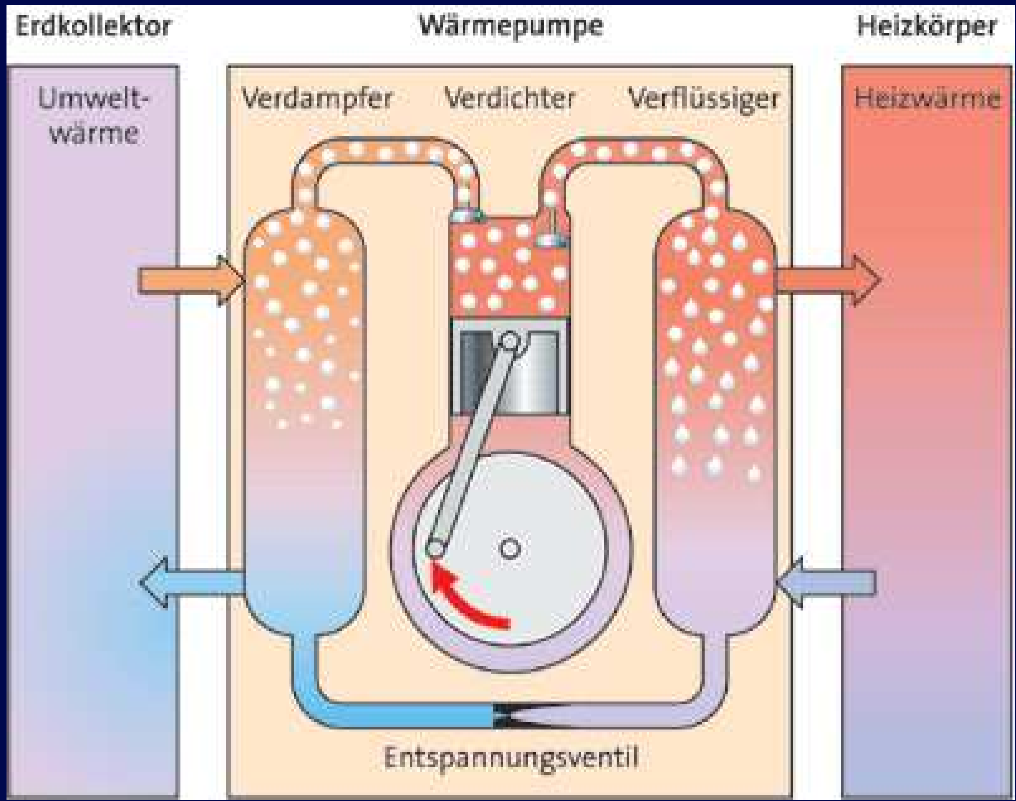
$$\rho c V T'(t) = hS[T_\infty - T(t)], \quad T(t_0) = T_0$$

Lösung ist $T(t) = T_\infty + [T_0 - T_\infty] \exp[-hSt/(\rho c V)]$, und

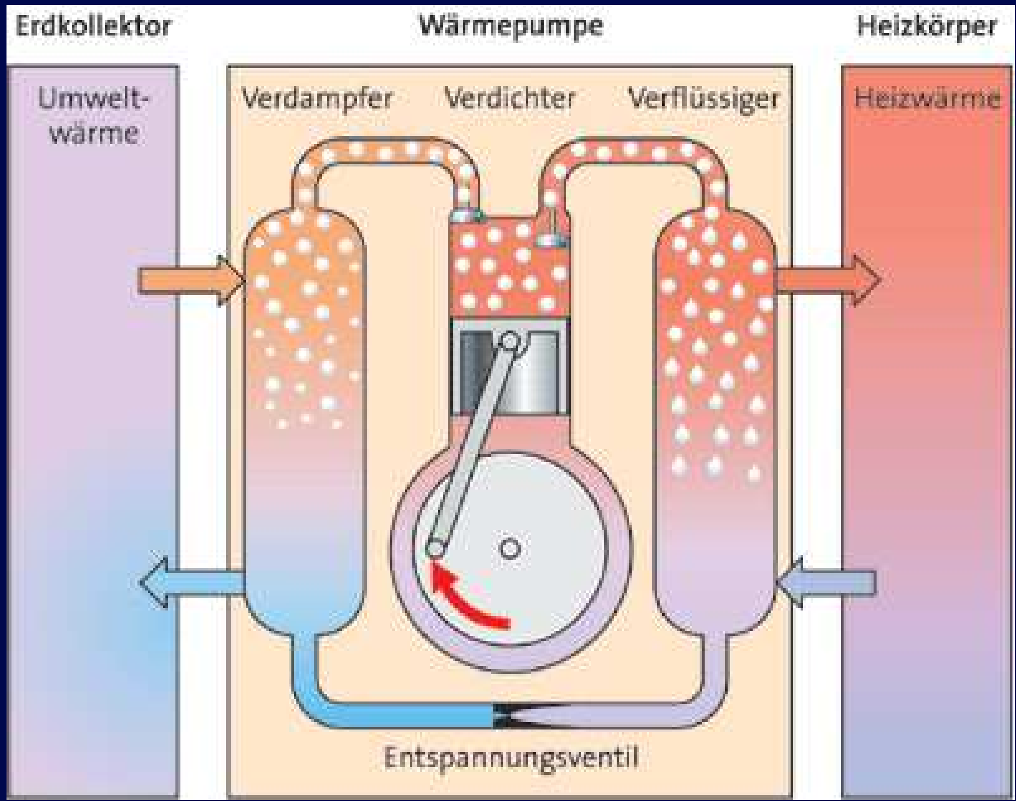
$$t_1 = \frac{\rho c V}{hS} \ln \frac{1}{p}.$$

Weitere Frage: Soll man über einen Urlaub heizen?

Wie funktioniert eine Erdwärmeheizung?

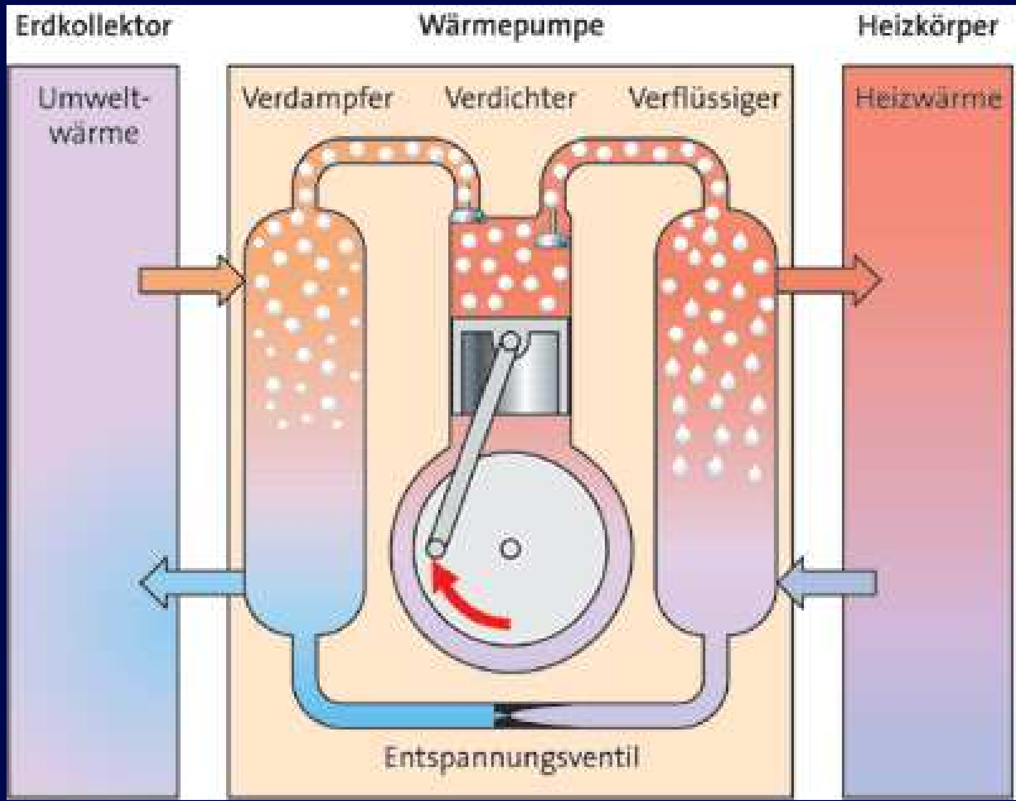


Wie funktioniert eine Erdwärmeheizung?



Unser System ist 2005 falsch installiert worden!

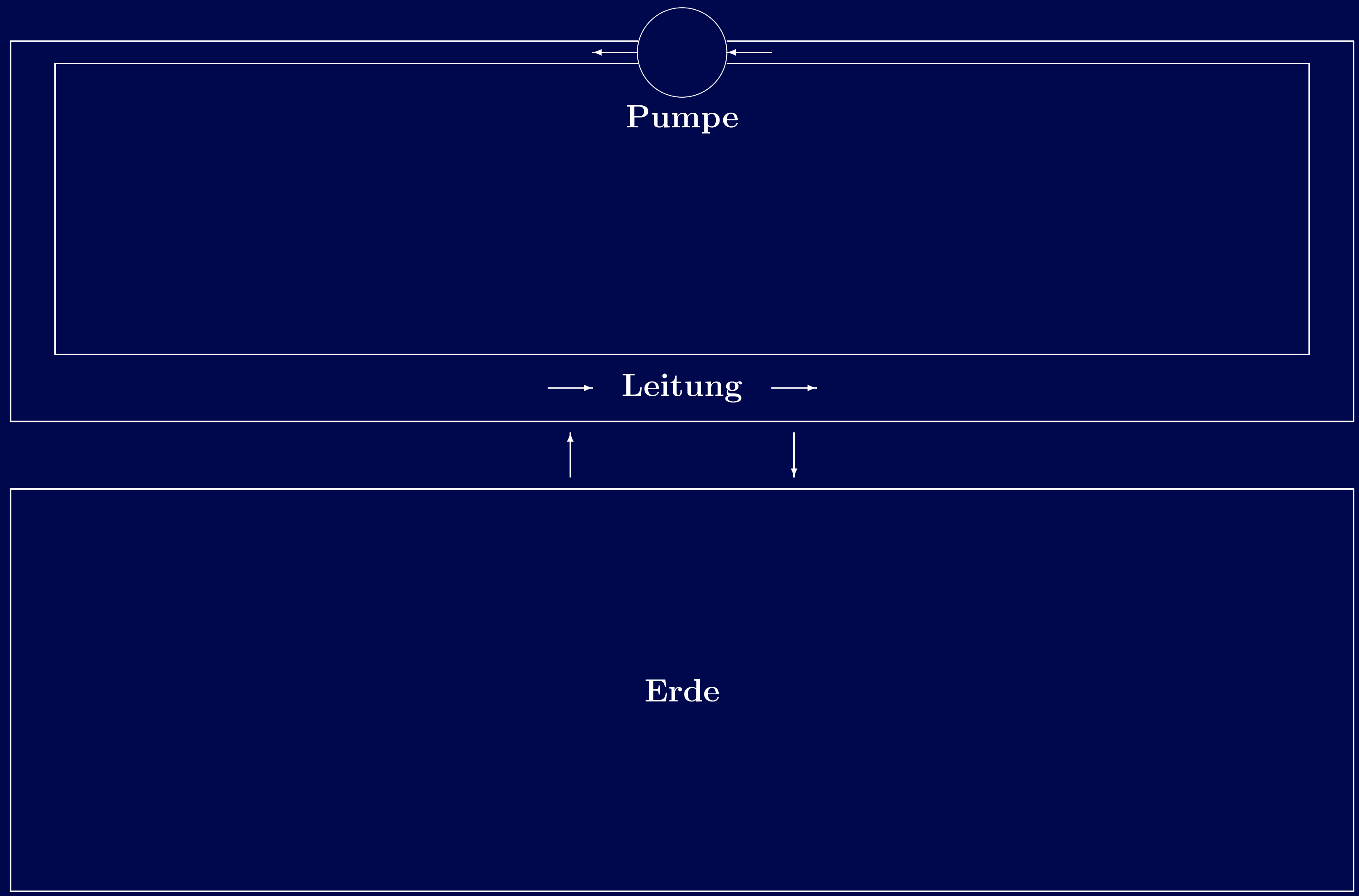
Wie funktioniert eine Erdwärmeheizung?



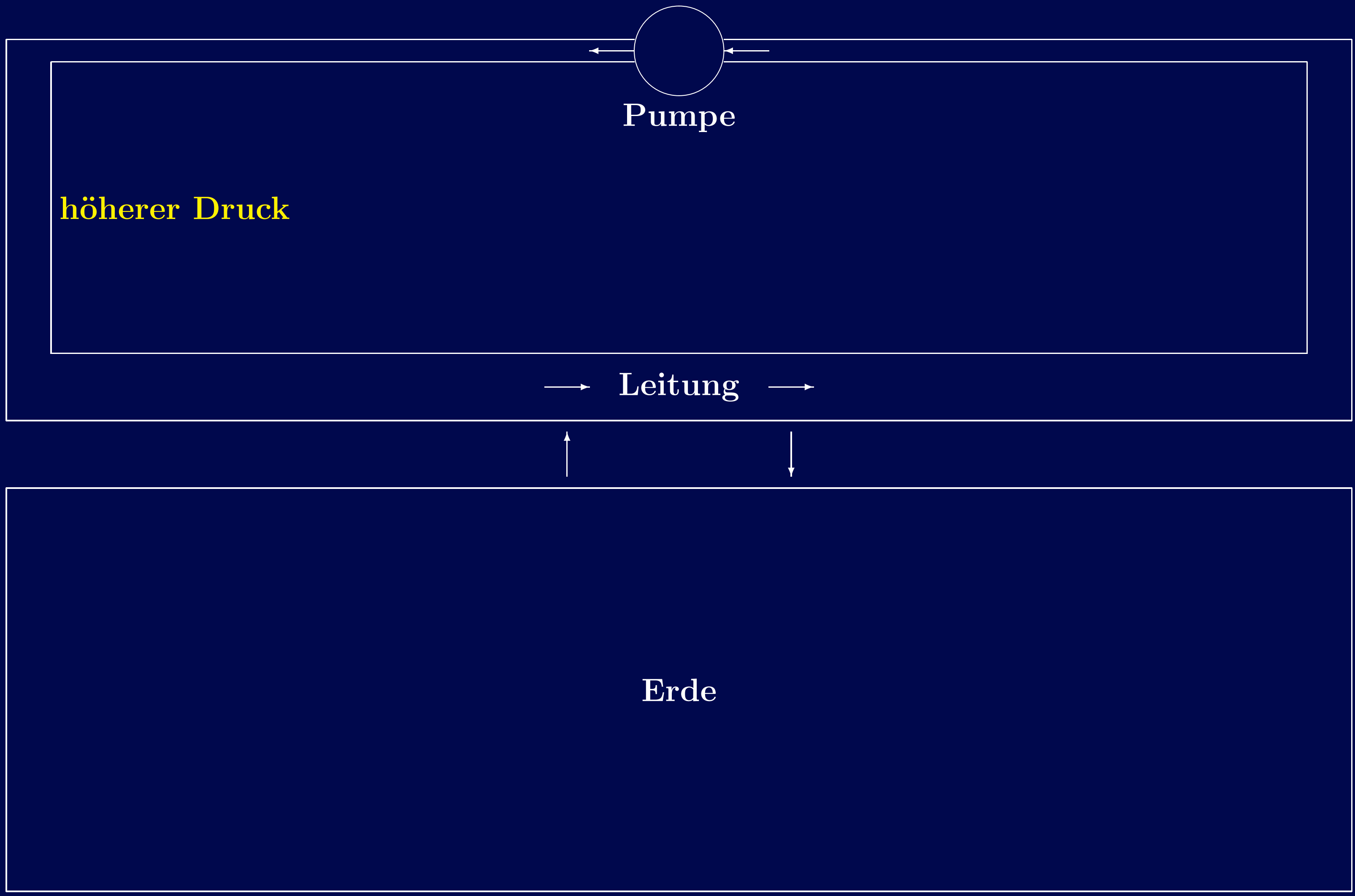
Unser System ist 2005 falsch installiert worden!

Wo liegt das Problem? Baufirma? Erdwärmefirma?

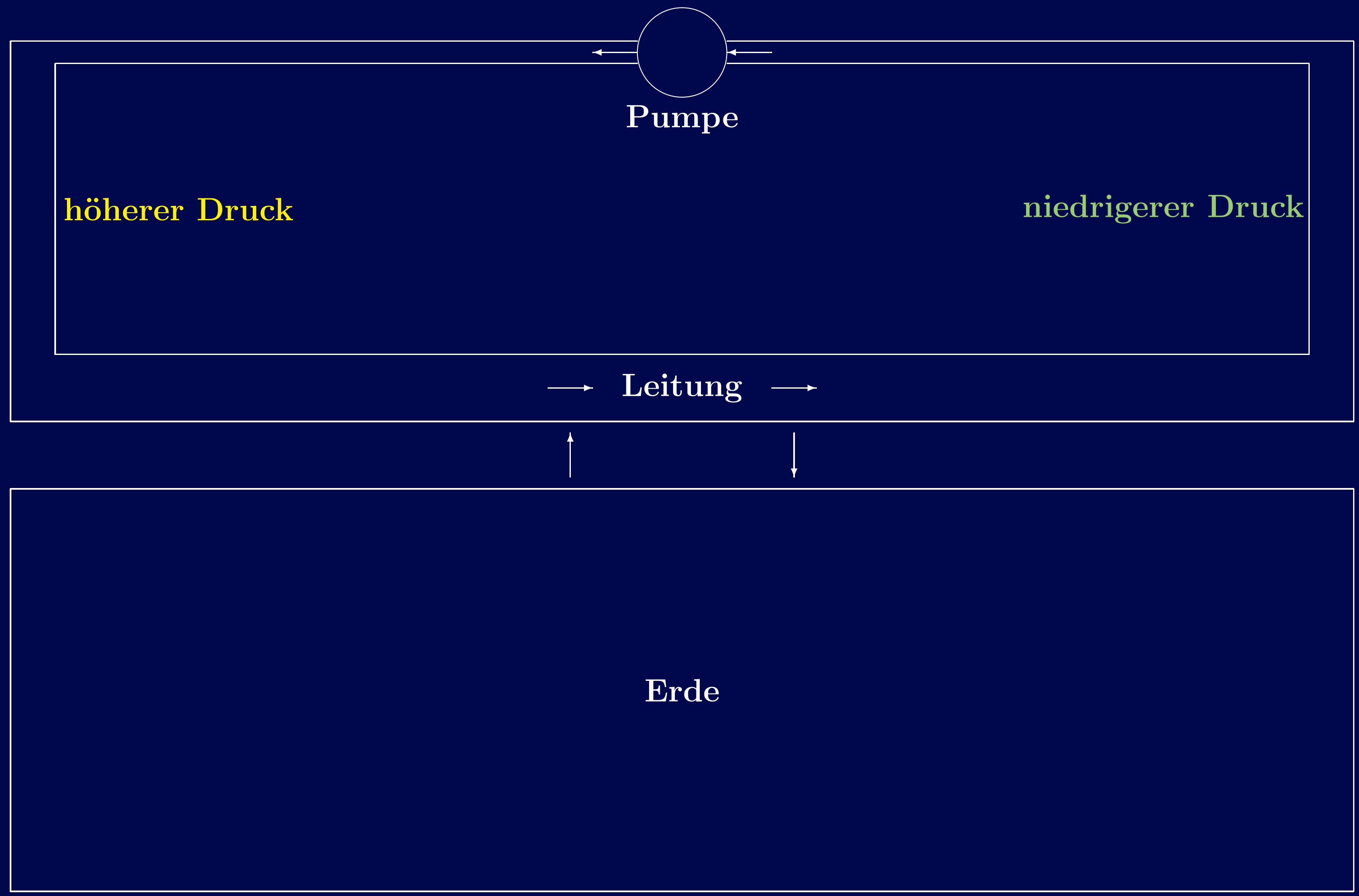
Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



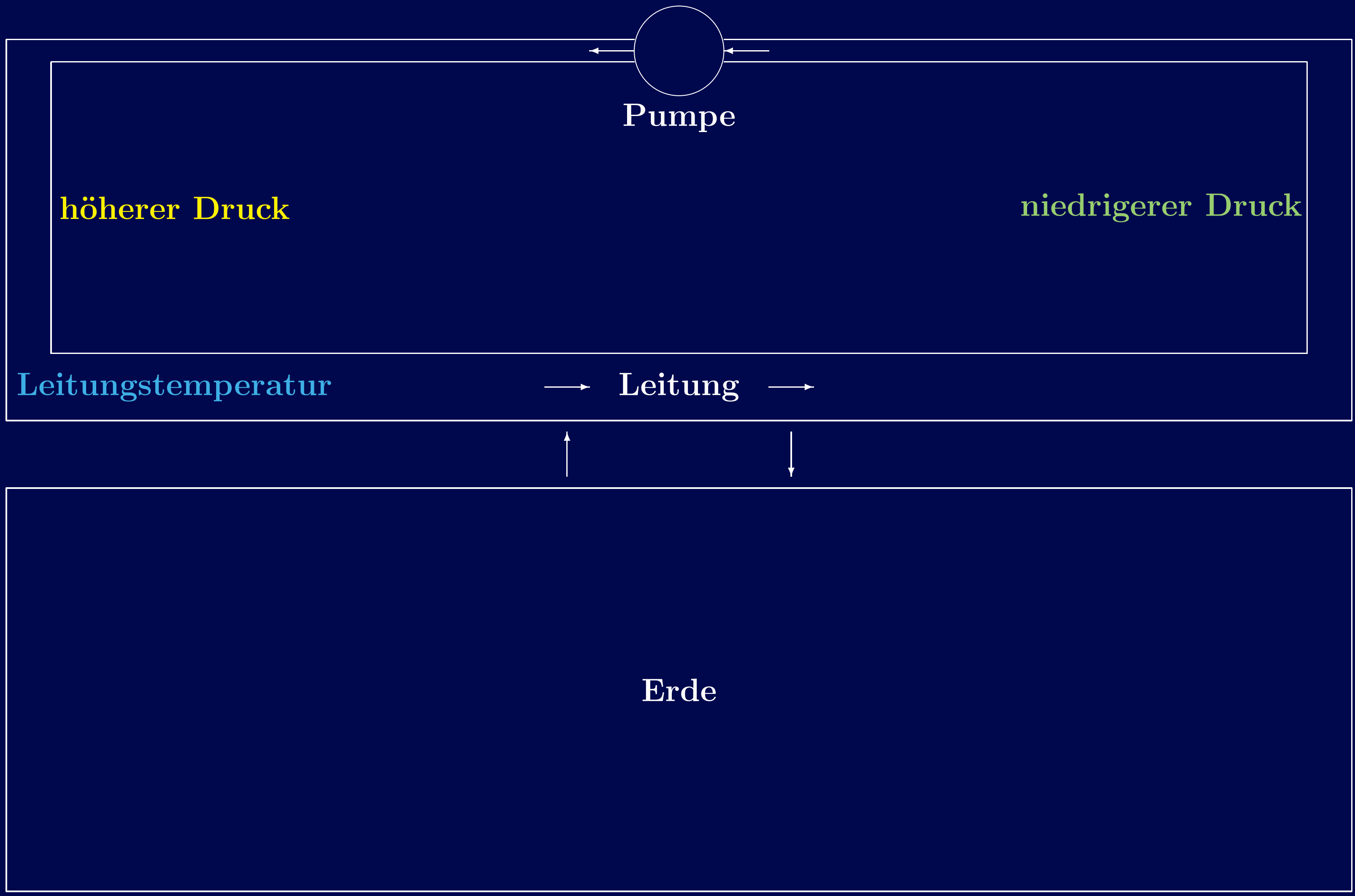
Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



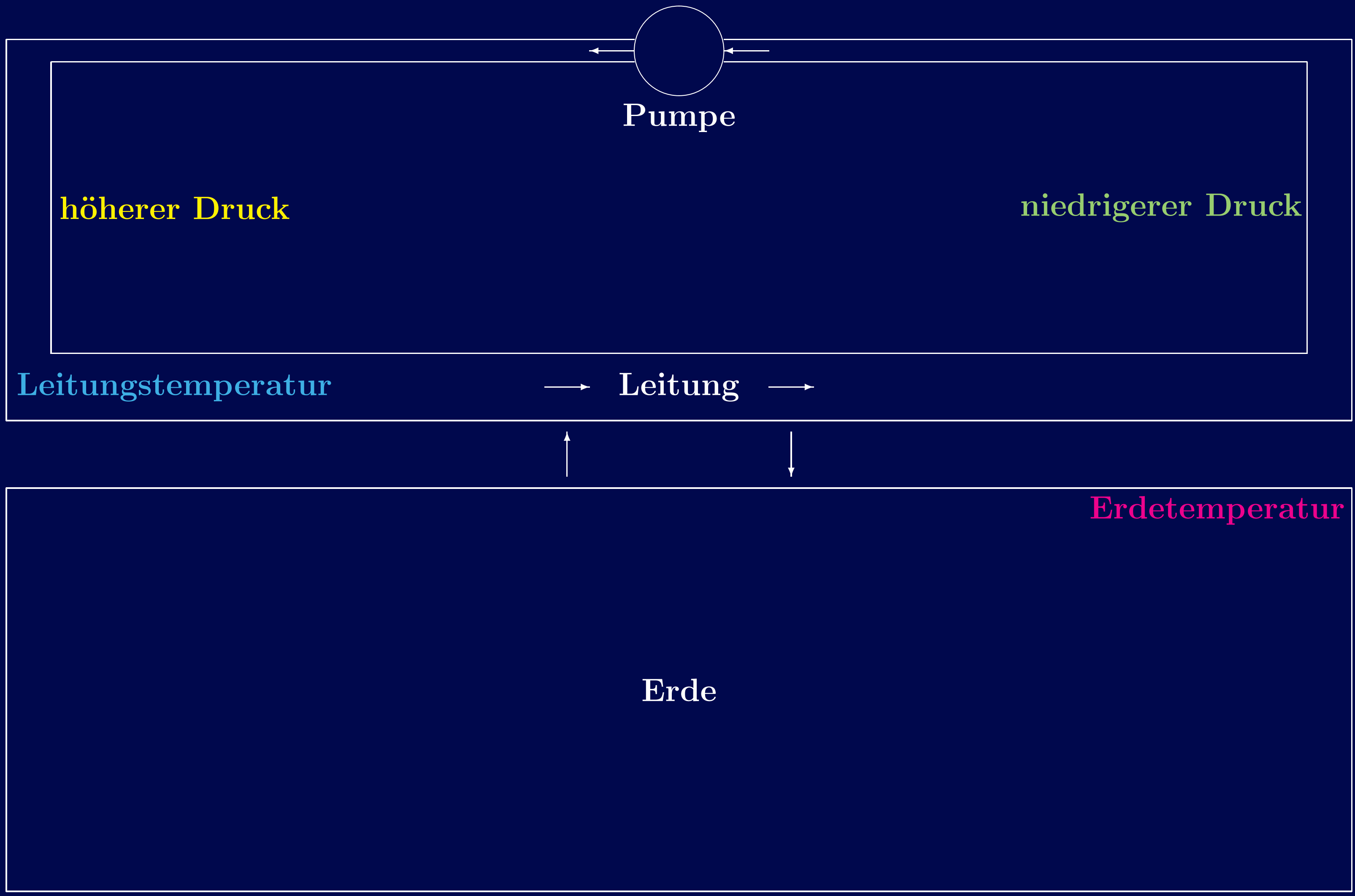
Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



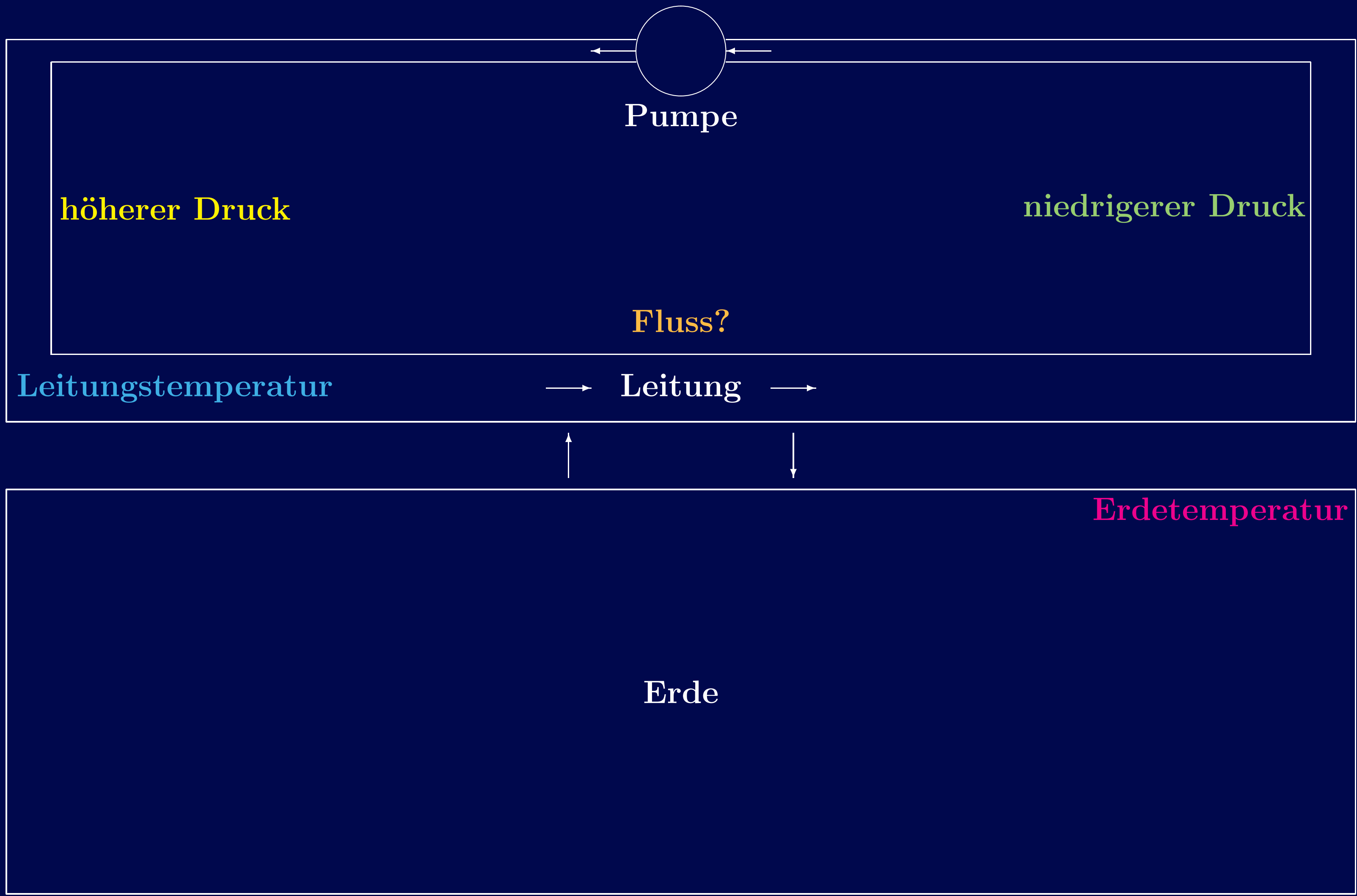
Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



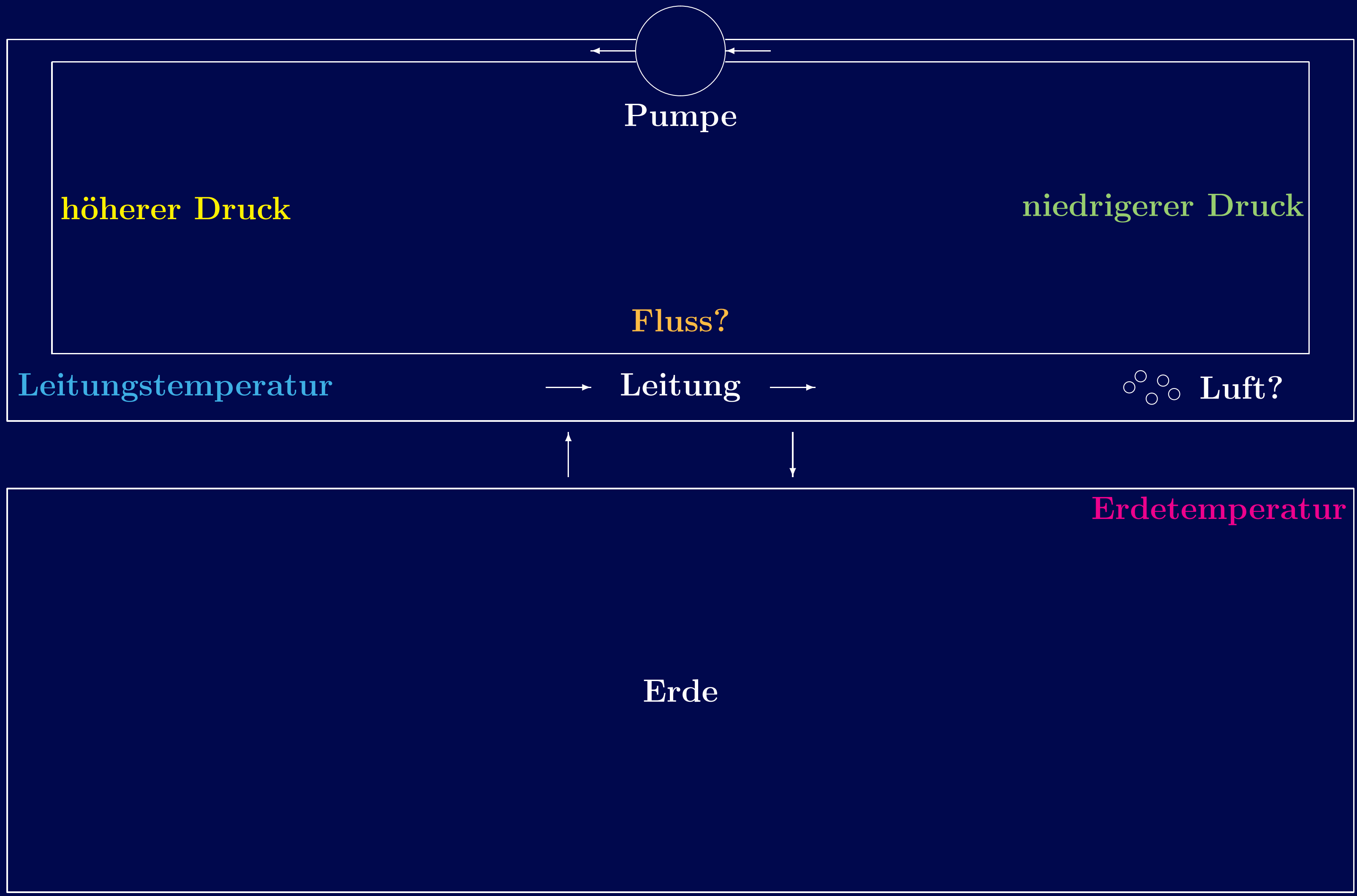
Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



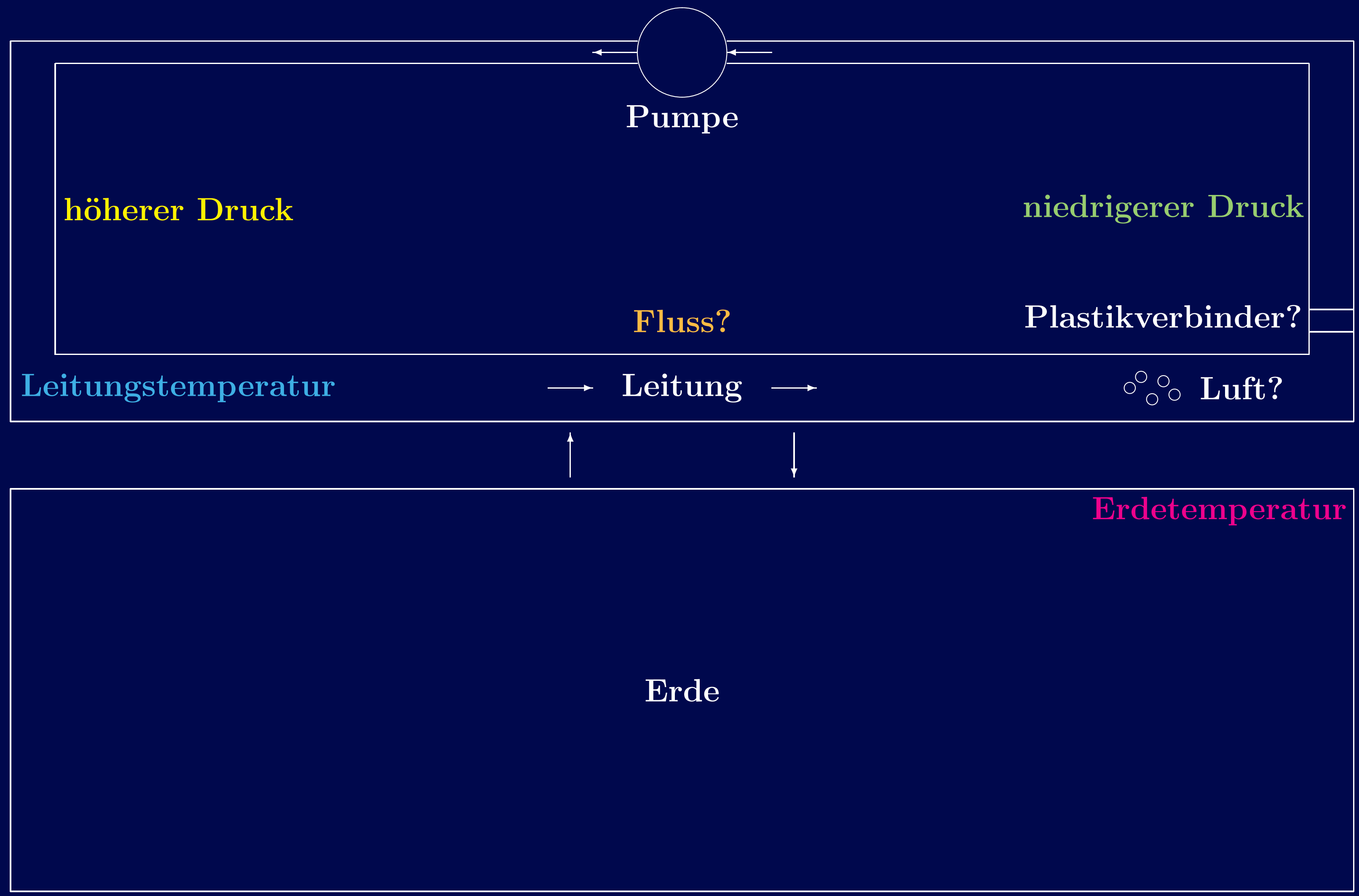
Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



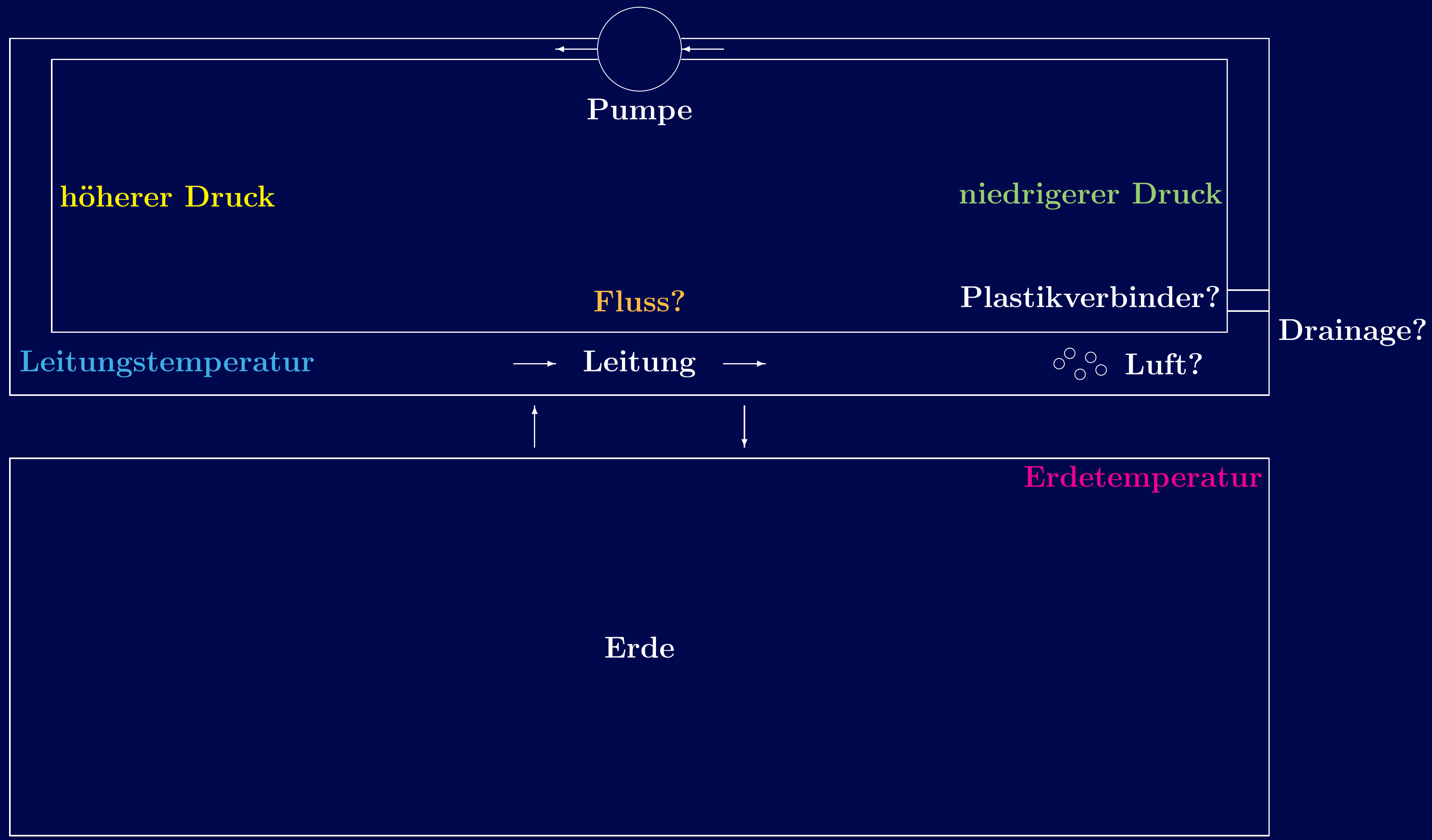
Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



Wärmetransport: Diffusion *und* Konvektion



Grundfragen für eine Fehlersuche

- **Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?**

Grundfragen für eine Fehlersuche

- **Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?**
  Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?

Grundfragen für eine Fehlersuche

- **Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?**
  Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?
- **Ist der Fluss höher (*oder Widerstand niedriger*, $\Delta P = F \cdot W$), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit: 1 $\times$ 600m, 3 $\times$ 200m oder 6 $\times$ 100m?**

Grundfragen für eine Fehlersuche

- **Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?**
  Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?
- **Ist der Fluss höher (*oder Widerstand niedriger*, $\Delta P = F \cdot W$), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit: 1 $\times$ 600m, 3 $\times$ 200m oder 6 $\times$ 100m?**
  Ohne Mathematik: Sie fahren durch Graz mit einem offenen Lastwagen, um Güter zu sammeln. Fahren Sie schneller (sammeln Sie mehr pro Zeiteinheit) mit: 1 6km Strasse, 3 2km Strassen oder 6 1km Strassen?

Grundfragen für eine Fehlersuche

- **Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?**
  Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?

- **Ist der Fluss höher (*oder Widerstand niedriger*, $\Delta P = F \cdot W$), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit: 1 $\times$ 600m, 3 $\times$ 200m oder 6 $\times$ 100m?**
  Ohne Mathematik: Sie fahren durch Graz mit einem offenen Lastwagen, um Güter zu sammeln. Fahren Sie schneller (sammeln Sie mehr pro Zeiteinheit) mit: 1 6km Strasse, 3 2km Strassen oder 6 1km Strassen?

- **Wie entstehen Druckschwankungen trotz eines konstanten Wärmepumpendrucks?**

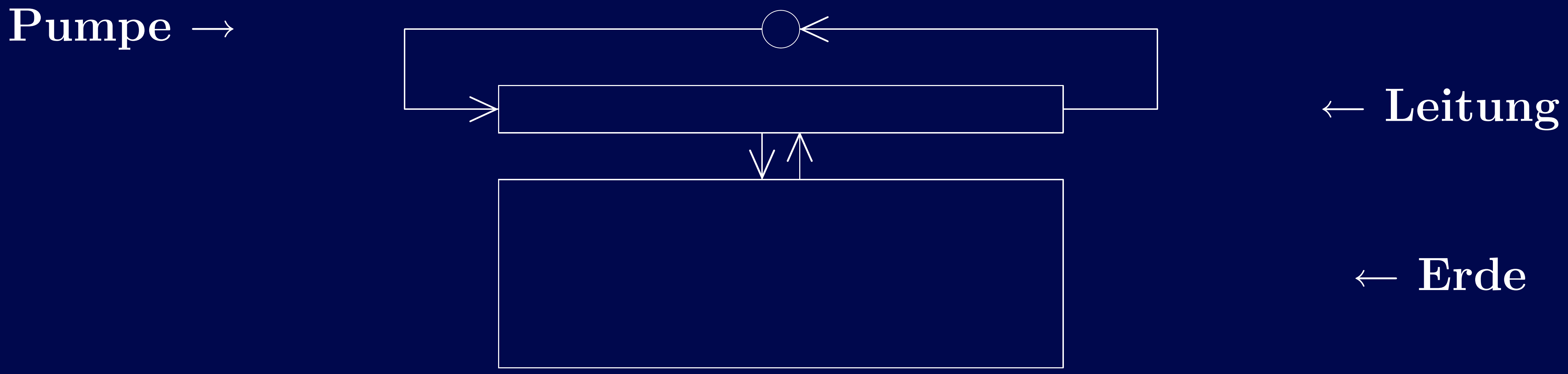
Grundfragen für eine Fehlersuche

- **Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?**
  Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?

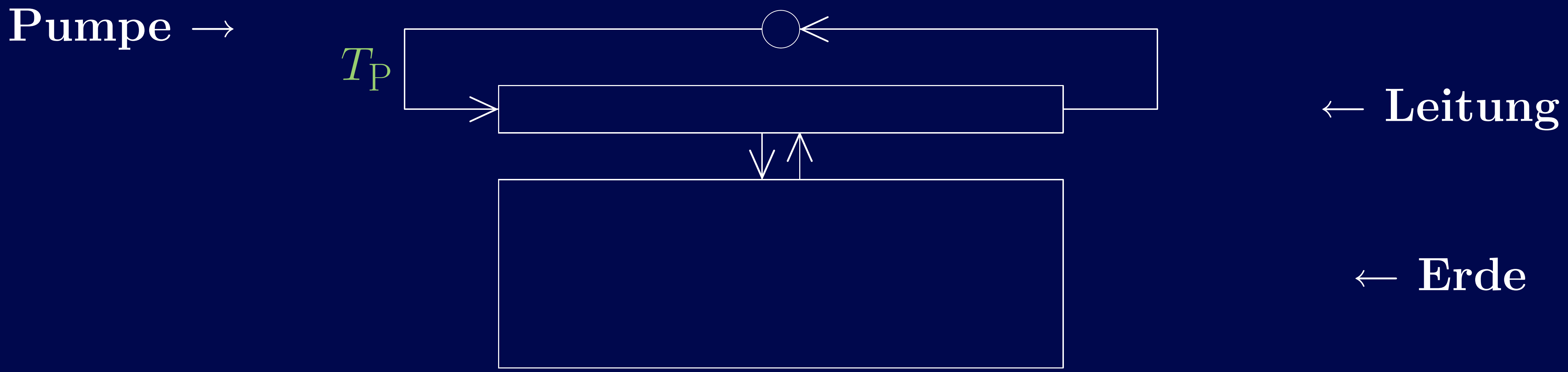
- **Ist der Fluss höher (*oder Widerstand niedriger*, $\Delta P = F \cdot W$), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit: 1 $\times$ 600m, 3 $\times$ 200m oder 6 $\times$ 100m?**
  Ohne Mathematik: Sie fahren durch Graz mit einem offenen Lastwagen, um Güter zu sammeln. Fahren Sie schneller (sammeln Sie mehr pro Zeiteinheit) mit: 1 6km Strasse, 3 2km Strassen oder 6 1km Strassen?

- **Wie entstehen Druckschwankungen trotz eines konstanten Wärmepumpendrucks?**
  Zu Beachten: Die Flüssigkeit (im Gegensatz zu Luft) ist nicht komprimierbar, und die Erdkollektoren (im Gegensatz zu Gefäßen) sind nicht nachgiebig.

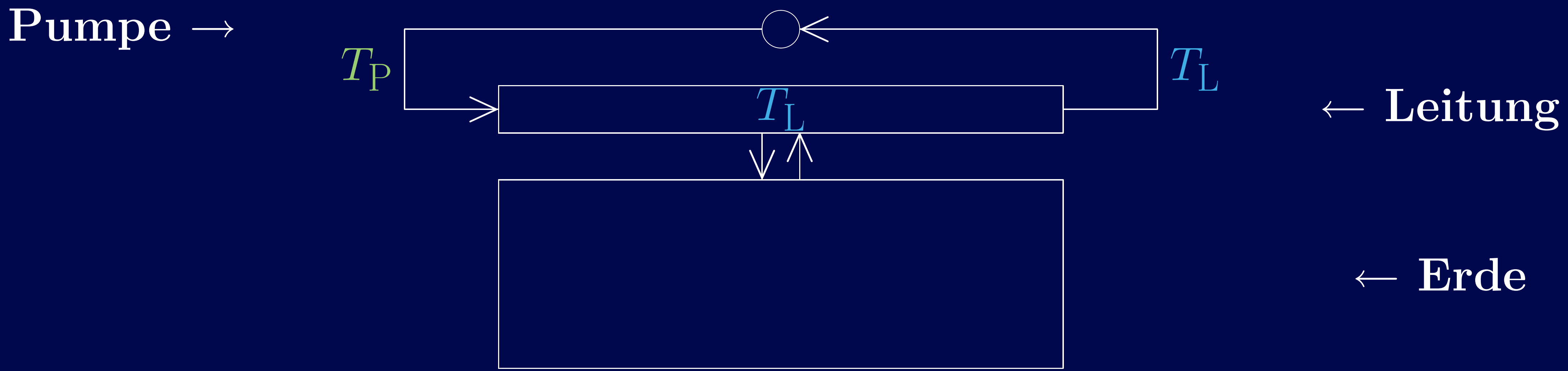
Wärmetransport steigt mit dem Fluss



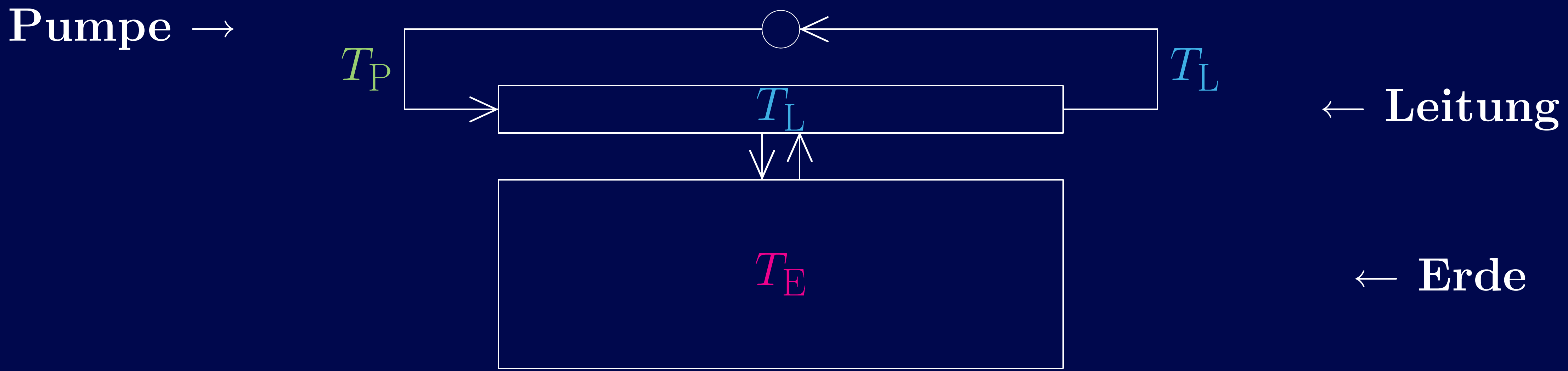
Wärmetransport steigt mit dem Fluss



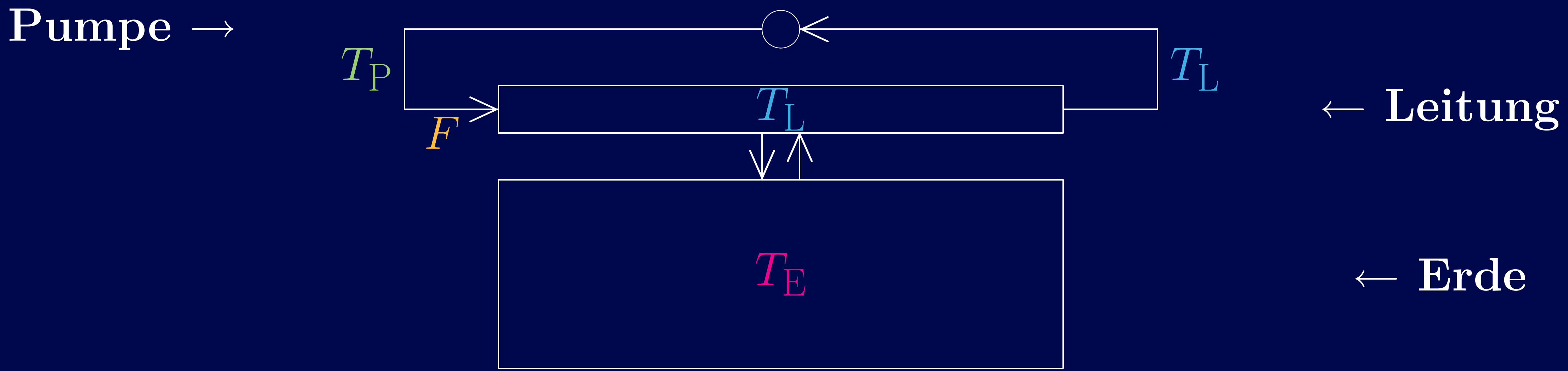
Wärmetransport steigt mit dem Fluss



Wärmetransport steigt mit dem Fluss

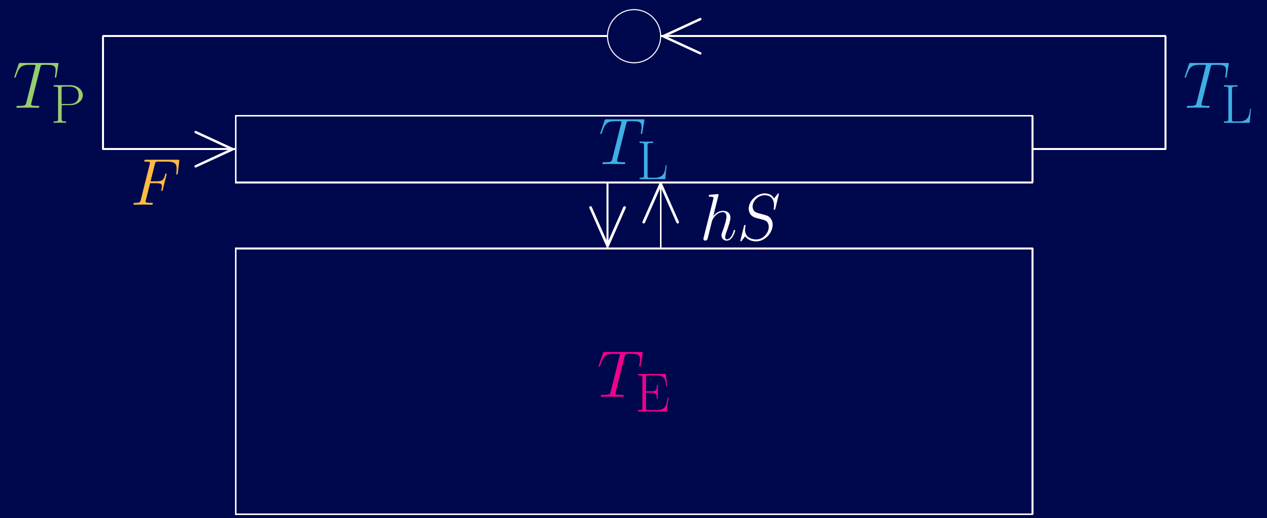


Wärmetransport steigt mit dem Fluss



Wärmetransport steigt mit dem Fluss

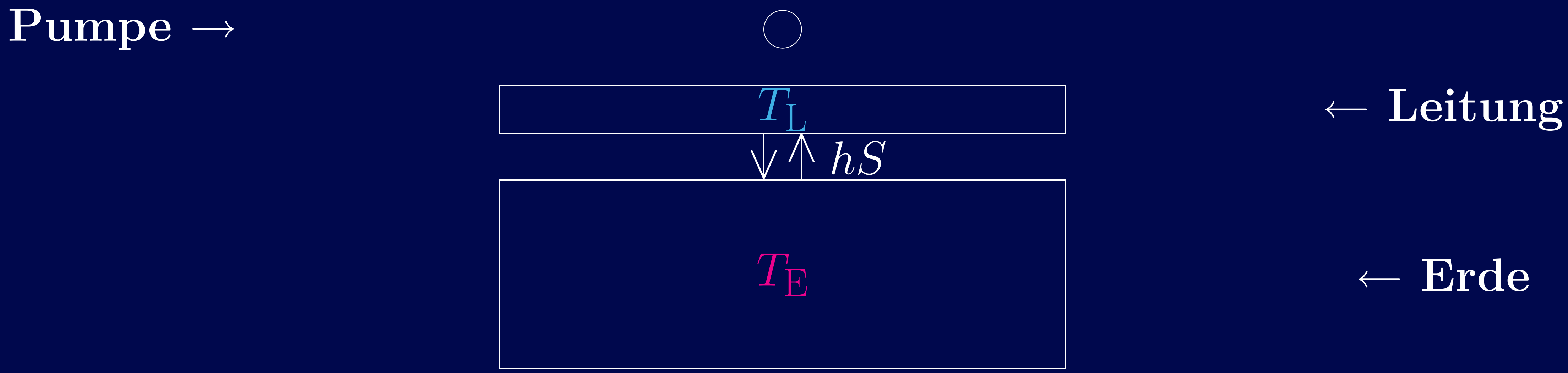
Pumpe $\rightarrow$



$\leftarrow$ **Leitung**

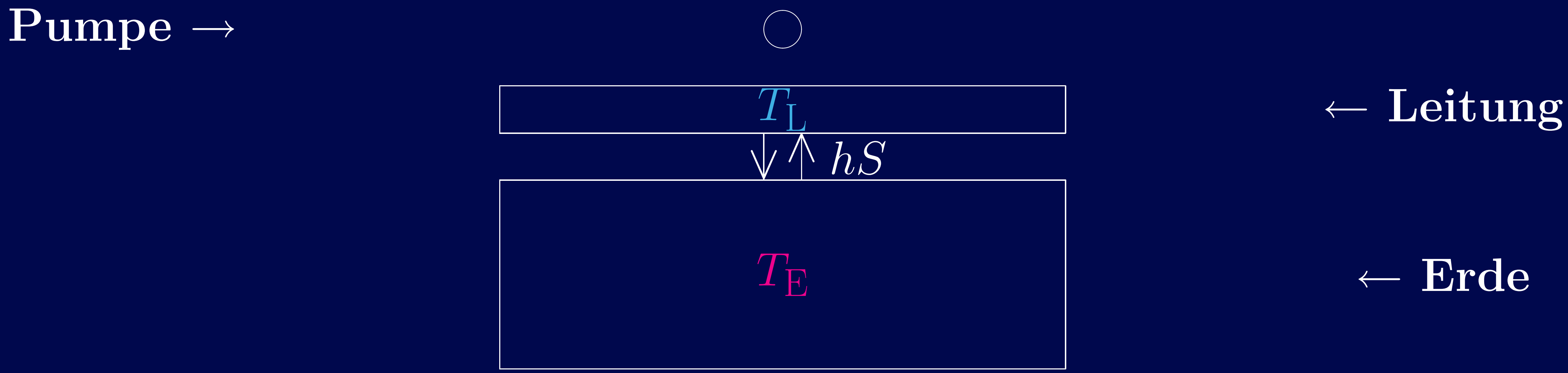
$\leftarrow$ **Erde**

Wärmetransport steigt mit dem Fluss



Einfachster Fall: Fluss $F = 0$, Newtonsches Kühlungsgesetz ist

Wärmetransport steigt mit dem Fluss



Einfachster Fall: Fluss $F = 0$, Newtonsches Kühlungsgesetz ist

$$E'_{\mathrm{L}} = hS(T_{\mathrm{E}} - T_{\mathrm{L}})$$

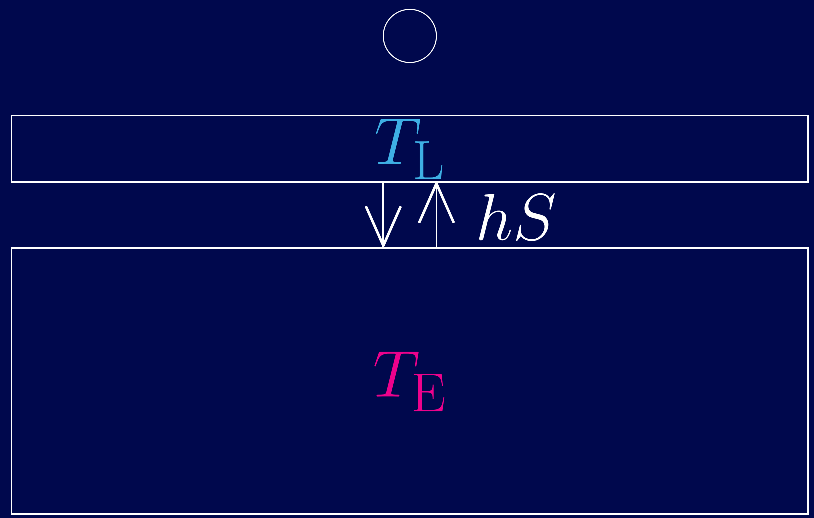
$$E'_{\mathrm{E}} = hS(T_{\mathrm{L}} - T_{\mathrm{E}})$$

Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →

← Leitung

← Erde



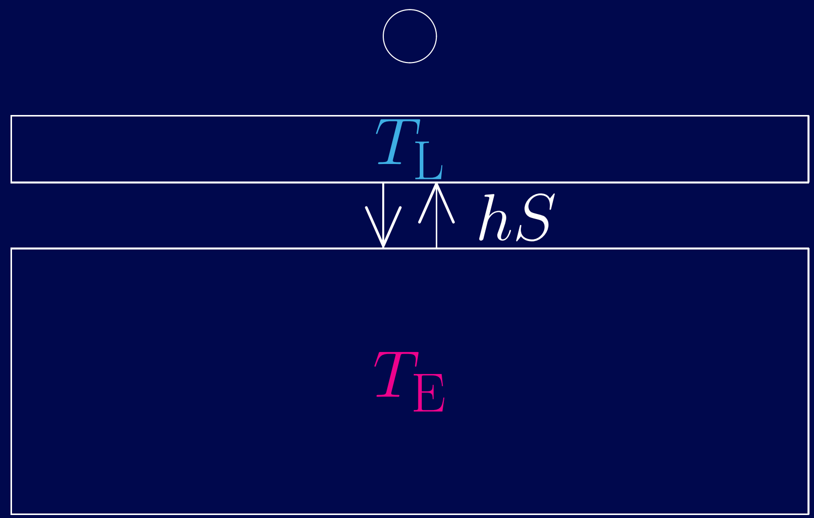
Einfachster Fall: Fluss $F = 0$, Newtonsches Kühlungsgesetz ist

$$\rho_{\mathrm{L}} c_{\mathrm{L}} V_{\mathrm{L}} T'_{\mathrm{L}} = E'_{\mathrm{L}} = hS(T_{\mathrm{E}} - T_{\mathrm{L}})$$

$$\rho_{\mathrm{E}} c_{\mathrm{E}} V_{\mathrm{E}} T'_{\mathrm{E}} = E'_{\mathrm{E}} = hS(T_{\mathrm{L}} - T_{\mathrm{E}})$$

Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



← Leitung

← Erde

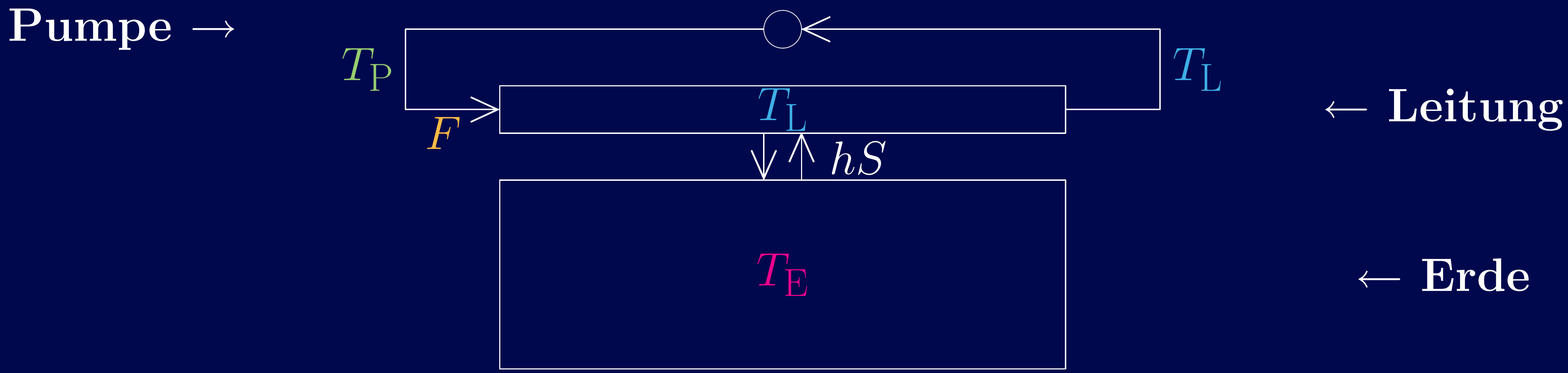
Einfachster Fall: Fluss $F = 0$, Newtonsches Kühlungsgesetz ist

$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L)$$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E)$$

Ergebnis: $T_L, T_E \to T_\infty$ **zwischen** T_L **und** T_E**.**

Wärmetransport steigt mit dem Fluss



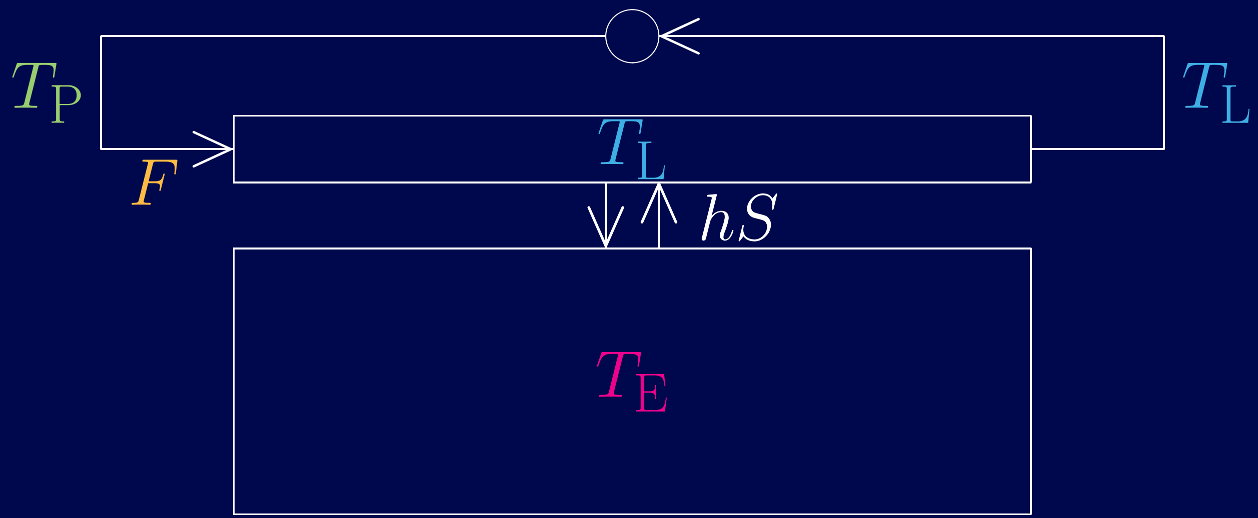
Vollständiger Fall: Fluss $F > 0$, Energiebilanz ist

$$\rho_{\mathrm{L}} c_{\mathrm{L}} V_{\mathrm{L}} T'_{\mathrm{L}} \; = \; E'_{\mathrm{L}} \; = \; hS(T_{\mathrm{E}} - T_{\mathrm{L}}) \; + \; \rho_{\mathrm{L}} c_{\mathrm{L}} F (T_{\mathrm{P}} - T_{\mathrm{L}})$$

$$\rho_{\mathrm{E}} c_{\mathrm{E}} V_{\mathrm{E}} T'_{\mathrm{E}} \; = \; E'_{\mathrm{E}} \; = \; hS(T_{\mathrm{L}} - T_{\mathrm{E}})$$

Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe $\rightarrow$



$\leftarrow$ **Leitung**

$\leftarrow$ **Erde**

Vollständiger Fall: Fluss $F > 0$, Energiebilanz ist

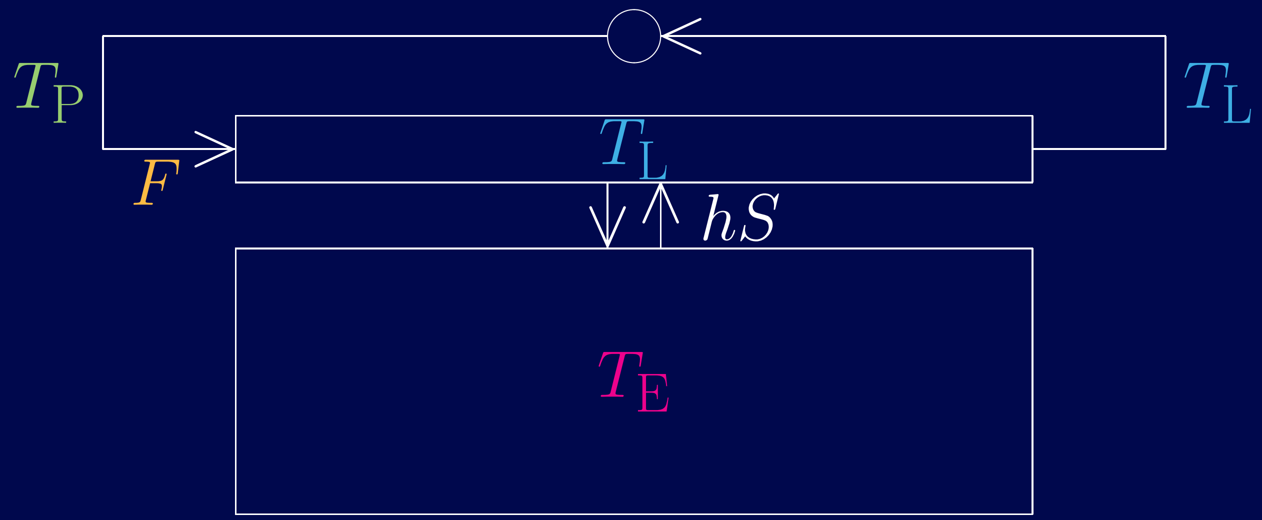
$$\rho_{\mathrm{L}} c_{\mathrm{L}} V_{\mathrm{L}} T'_{\mathrm{L}} \;=\; E'_{\mathrm{L}} \;=\; hS(T_{\mathrm{E}} - T_{\mathrm{L}}) \;+\; \rho_{\mathrm{L}} c_{\mathrm{L}} F (T_{\mathrm{P}} - T_{\mathrm{L}})$$

$$\rho_{\mathrm{E}} c_{\mathrm{E}} V_{\mathrm{E}} T'_{\mathrm{E}} \;=\; E'_{\mathrm{E}} \;=\; hS(T_{\mathrm{L}} - T_{\mathrm{E}})$$

Ergebnis: $T_{\mathrm{L}}, T_{\mathrm{E}} \rightarrow T_{\mathrm{P}}$ **letztendlich.**

Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



← Leitung

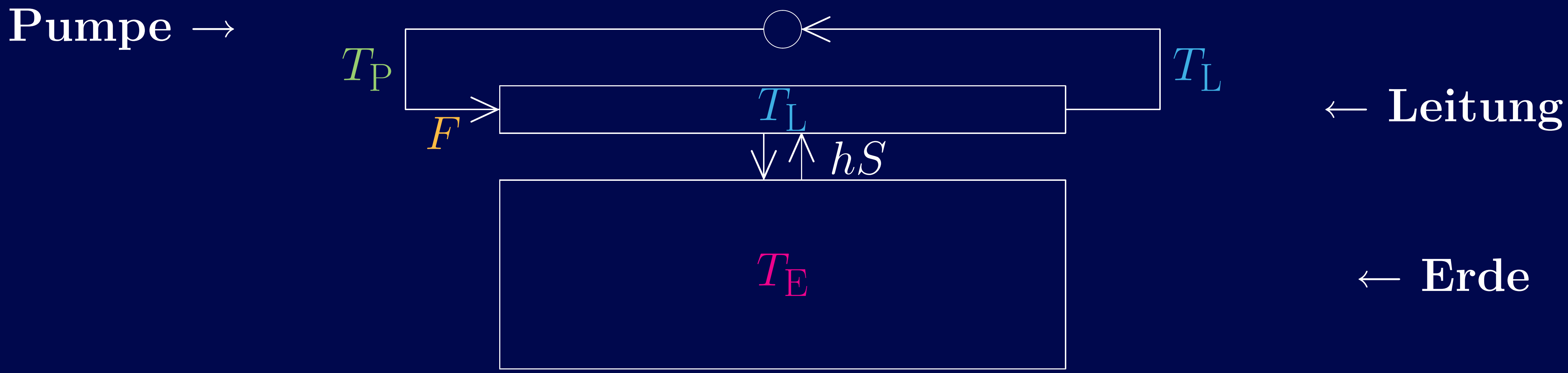
← Erde

Extremer Fall: Fluss $F \to \infty$, Energiebilanz wird

$$\rho_\mathrm{L} c_\mathrm{L} V_\mathrm{L} T_\mathrm{L}' \;=\; E_\mathrm{L}' \;=\; hS(T_\mathrm{E} - T_\mathrm{L}) \;+\; \underset{(\to\,\infty)}{\rho_\mathrm{L} c_\mathrm{L} F}\underset{(\to\,0)}{(T_\mathrm{P} - T_\mathrm{L})}$$

$$\rho_\mathrm{E} c_\mathrm{E} V_\mathrm{E} T_\mathrm{E}' \;=\; E_\mathrm{E}' \;=\; hS(T_\mathrm{L} - T_\mathrm{E})$$

Wärmetransport steigt mit dem Fluss

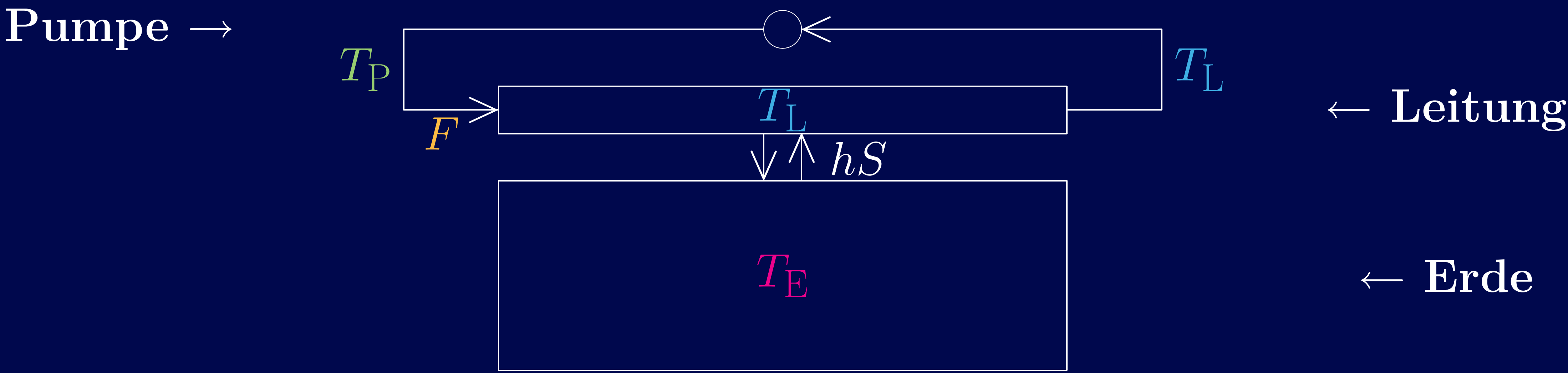


Extremer Fall: Fluss $F \to \infty$, Energiebilanz wird

$$\rho_\mathrm{L} c_\mathrm{L} V_\mathrm{L} T'_\mathrm{L} = E'_\mathrm{L} = hS(T_\mathrm{E} - T_\mathrm{L}) + \underbrace{\rho_\mathrm{L} c_\mathrm{L} F}_{(\to\infty)}\underbrace{(T_\mathrm{P} - T_\mathrm{L})}_{(\to 0)}$$

$$\rho_\mathrm{E} c_\mathrm{E} V_\mathrm{E} T'_\mathrm{E} = E'_\mathrm{E} = hS(T_\mathrm{L} - T_\mathrm{E}) \to hS(T_\mathrm{P} - T_\mathrm{E})$$

Wärmetransport steigt mit dem Fluss



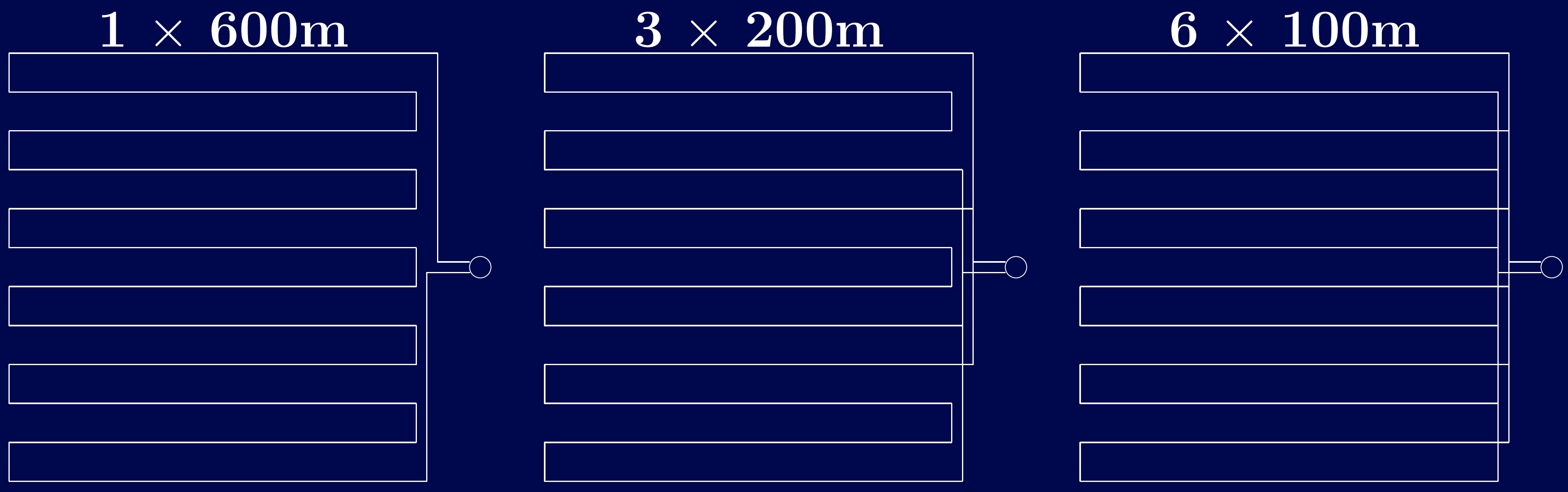
Extremer Fall: Fluss $F \to \infty$, Energiebilanz wird

$$\rho_L c_L V_L T_L' = E_L' = hS(T_E - T_L) + \underset{(\to\infty)}{\rho_L c_L F}\,\underset{(\to 0)}{(T_P - T_L)}$$

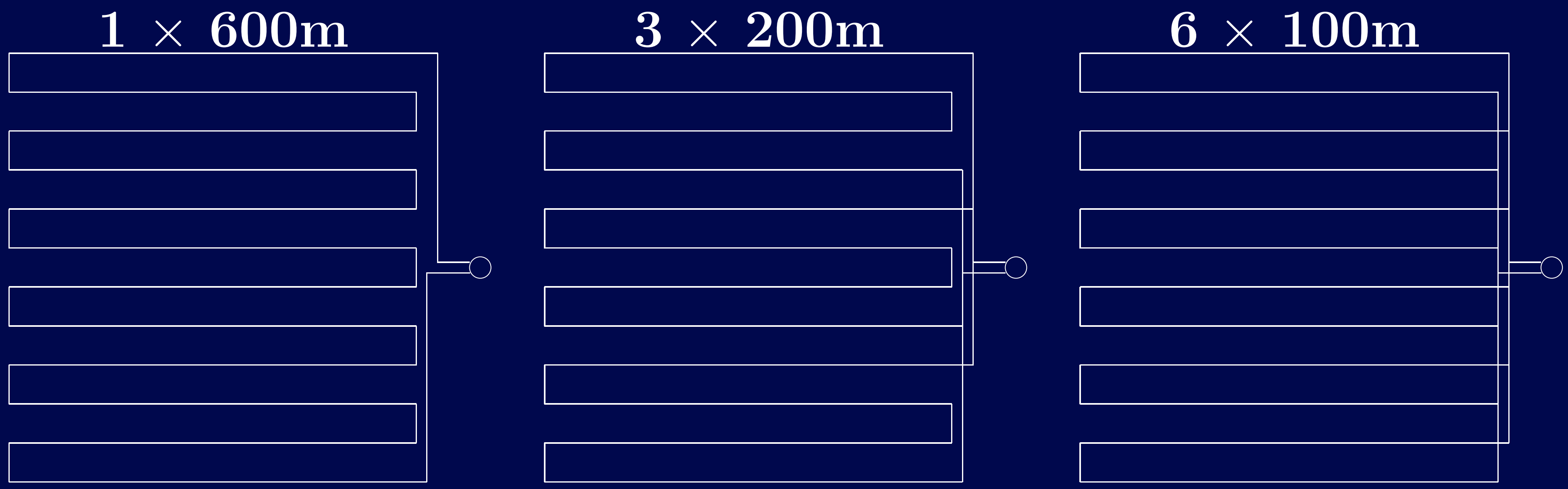
$$\rho_E c_E V_E T_E' = E_E' = hS(T_L - T_E) \to hS(T_P - T_E)$$

Ergebnis: $T_E \to T_P = T_L$ **am schnellsten und Transport** $|E_E'| = \max$**.**

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren

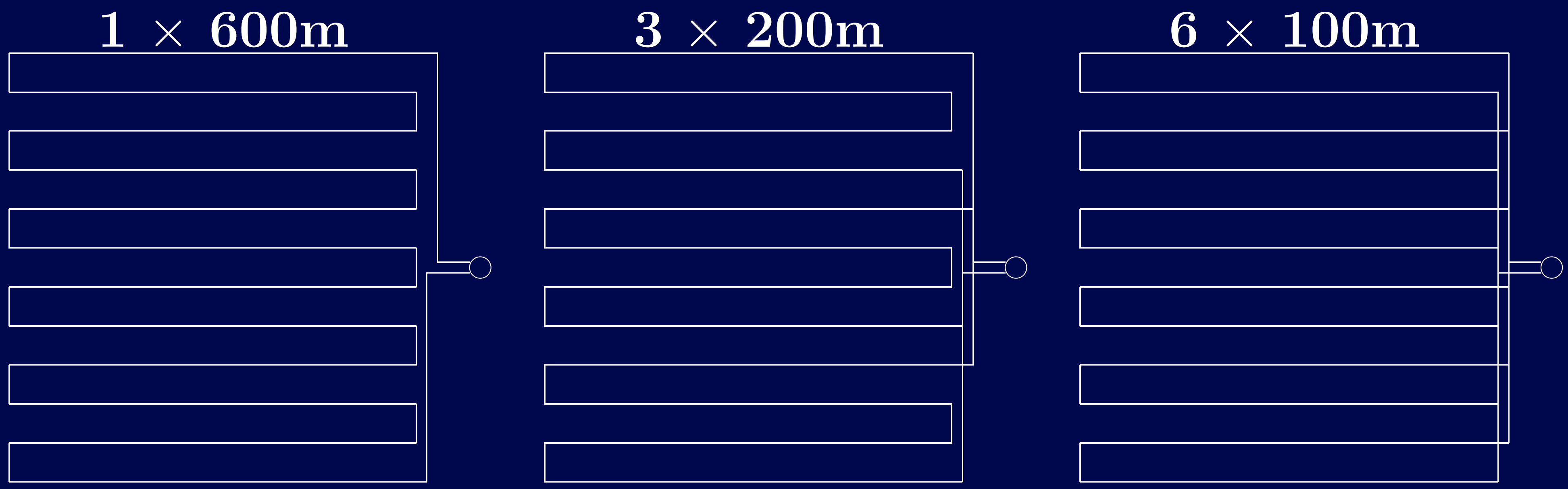


Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz: $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$.

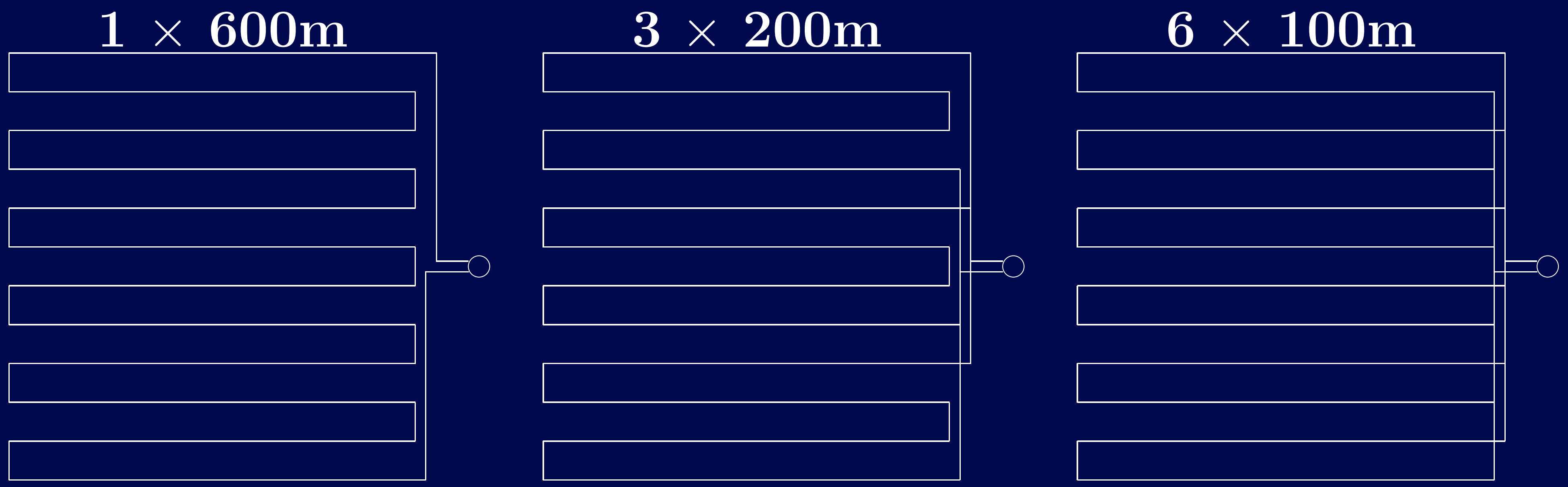
Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz: $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$.

Das Kirchhoffsche Gesetz: $F_n = f_1 + f_2 + \cdots f_n$.

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



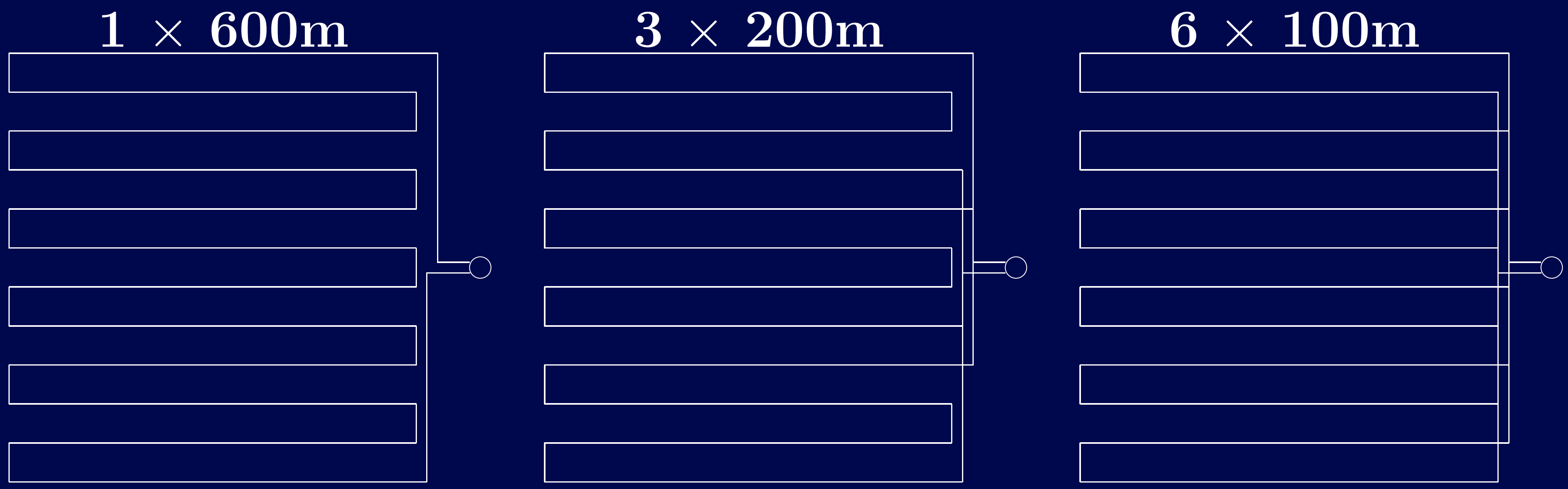
Das Ohmsche Gesetz: $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$.

Das Kirchhoffsche Gesetz: $F_n = f_1 + f_2 + \cdots f_n$.

Folglich:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \cdots \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots \frac{1}{w_n}$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz: $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$.

Das Kirchhoffsche Gesetz: $F_n = f_1 + f_2 + \cdots f_n$.

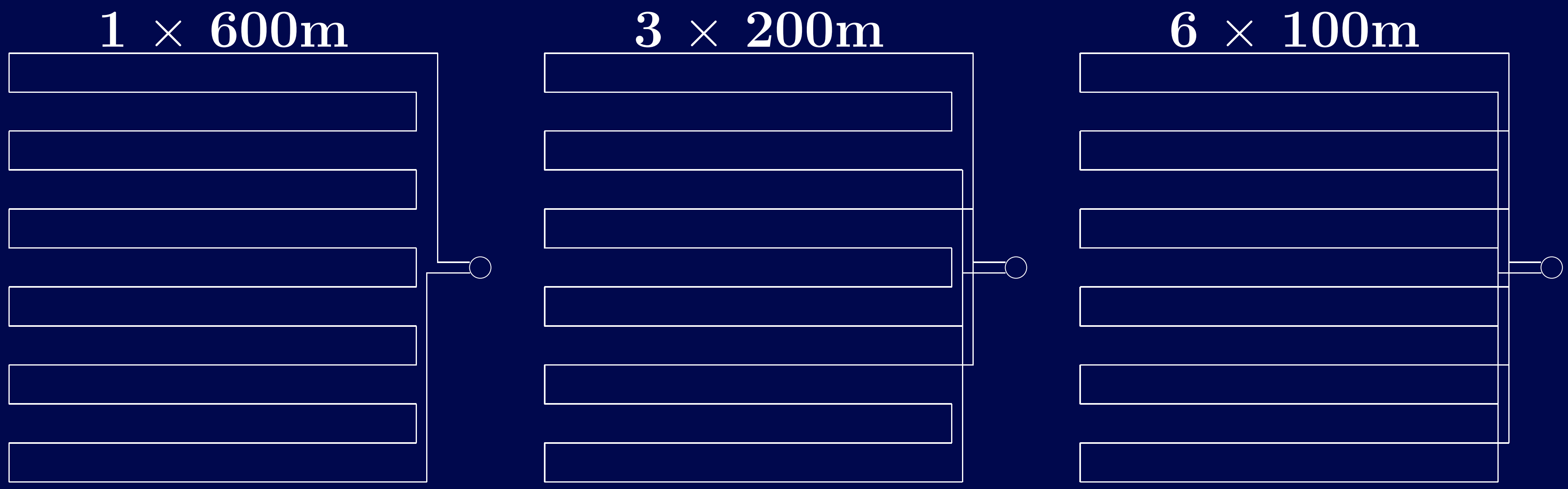
Folglich:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \cdots \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots \frac{1}{w_n}$$

Mit n **gleich langen parallelen Erdkollektoren,** $w_1 = W_1/n$ **und:**

$$\frac{1}{W_n} = n \times \frac{1}{W_1/n}$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz: $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$.

Das Kirchhoffsche Gesetz: $F_n = f_1 + f_2 + \cdots f_n$.

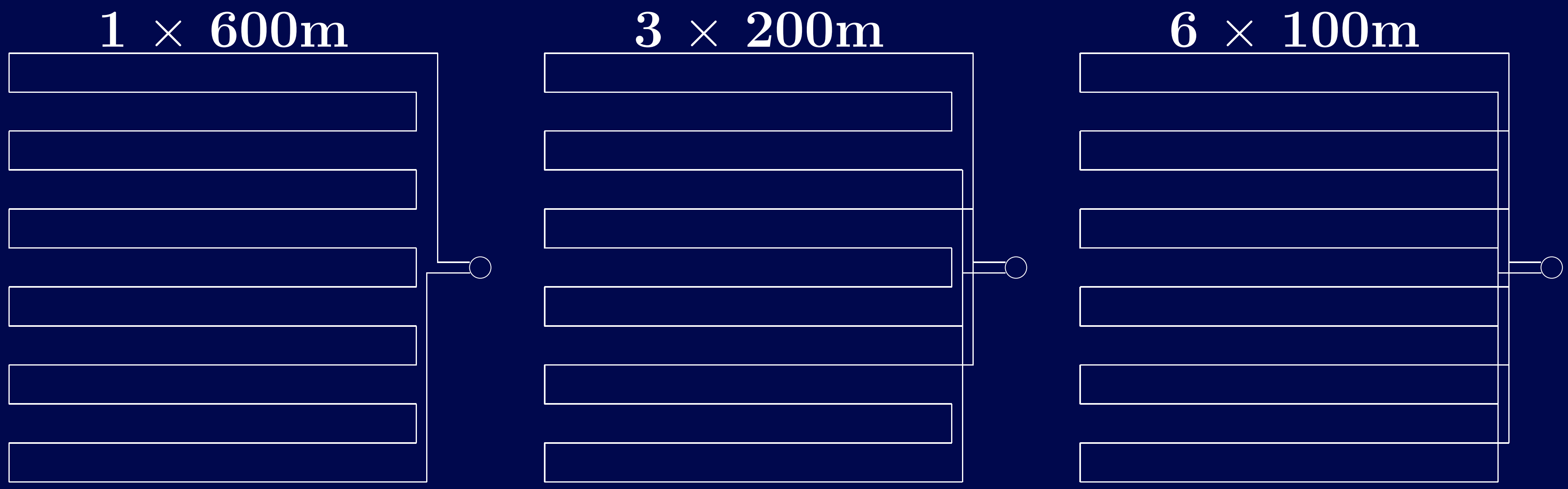
Folglich:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \cdots \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots \frac{1}{w_n}$$

Mit n gleich langen parallelen Erdkollektoren, $w_1 = W_1/n$ **und:**

$$\frac{1}{W_n} = n \times \frac{1}{W_1/n} \quad \Rightarrow \quad W_n = \frac{W_1}{n^2},$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz: $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$.

Das Kirchhoffsche Gesetz: $F_n = f_1 + f_2 + \cdots f_n$.

Folglich:

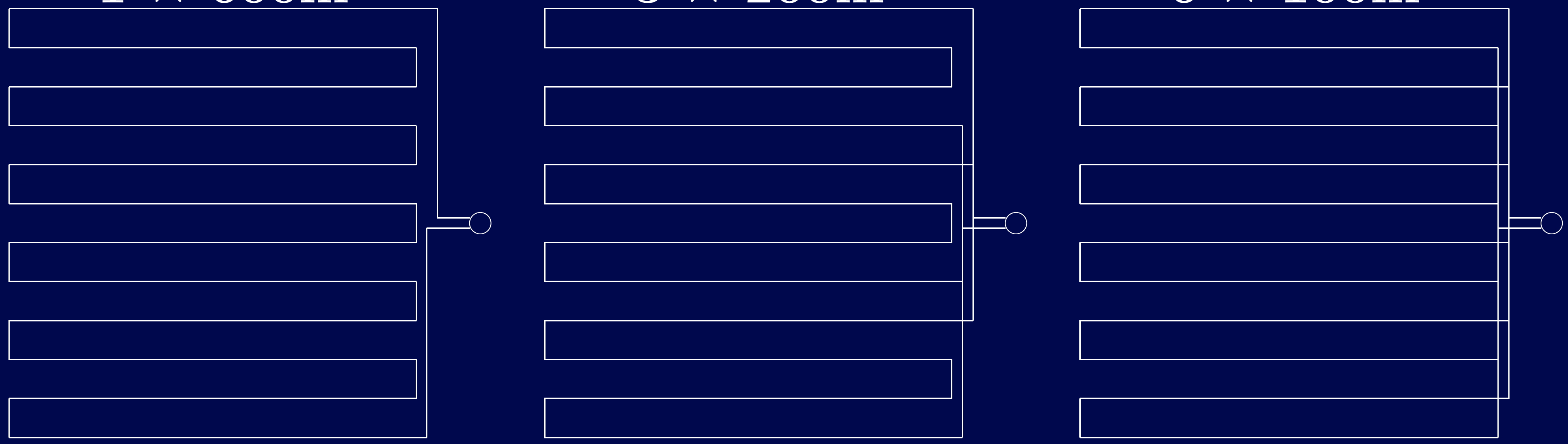
$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \cdots \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots \frac{1}{w_n}$$

Mit n gleich langen parallelen Erdkollektoren, $w_1 = W_1/n$ **und:**

$$\frac{1}{W_n} = n \times \frac{1}{W_1/n} \quad \Rightarrow \quad W_n = \frac{W_1}{n^2}, \quad F_n = \frac{\Delta P}{W_n} = \frac{n^2 \Delta P}{W_1} = n^2 F_1$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren

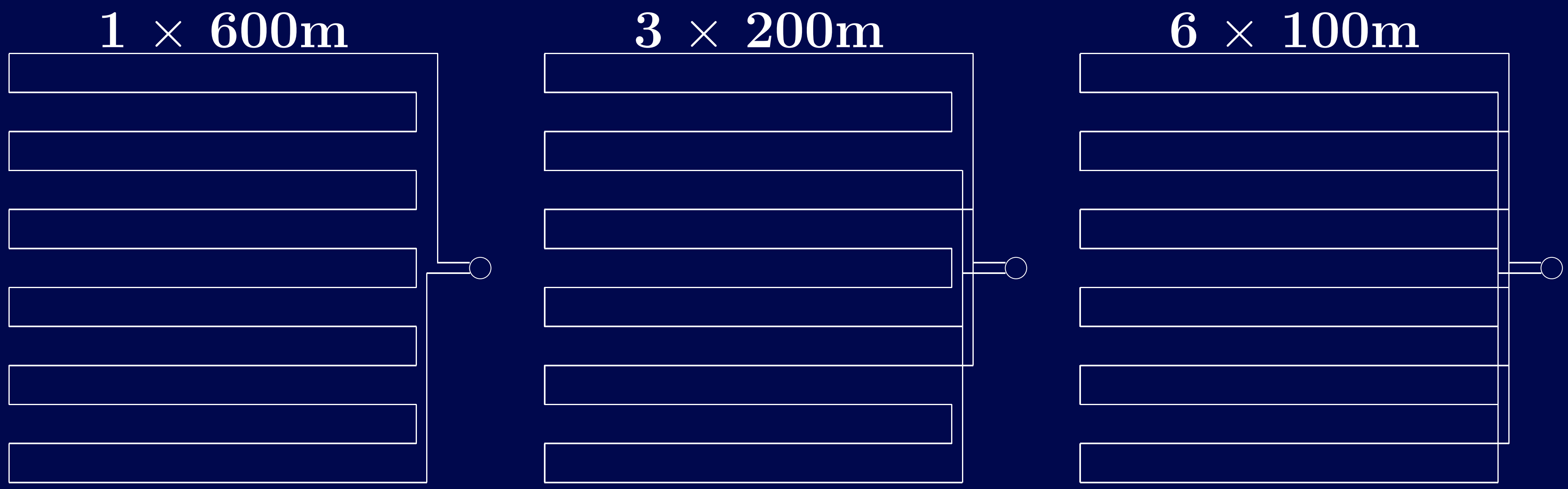
1×600m $\quad 3 \times 200$m $\quad 6 \times 100$m



Mit n gleich langen parallelen Erdkollektoren:

$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \qquad F_n = n^2 F_1$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit n gleich langen parallelen Erdkollektoren:

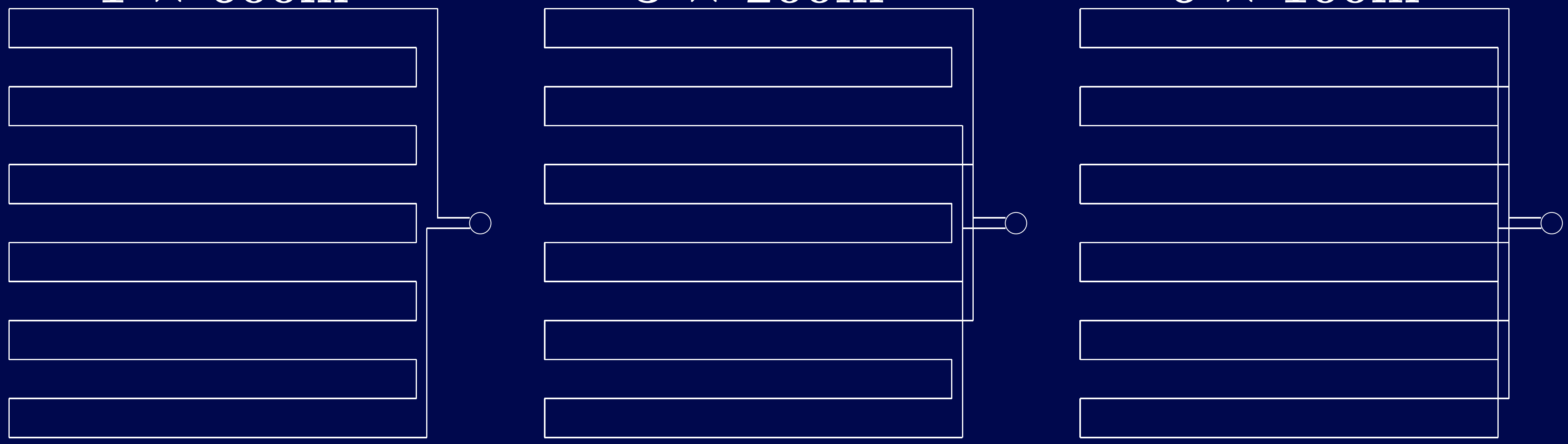
$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \qquad F_n = n^2 F_1$$

Also gelten:

$$W_1 = W_1$$
$$F_1 = F_1$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren

1×600m **3×200m** **6×100m**



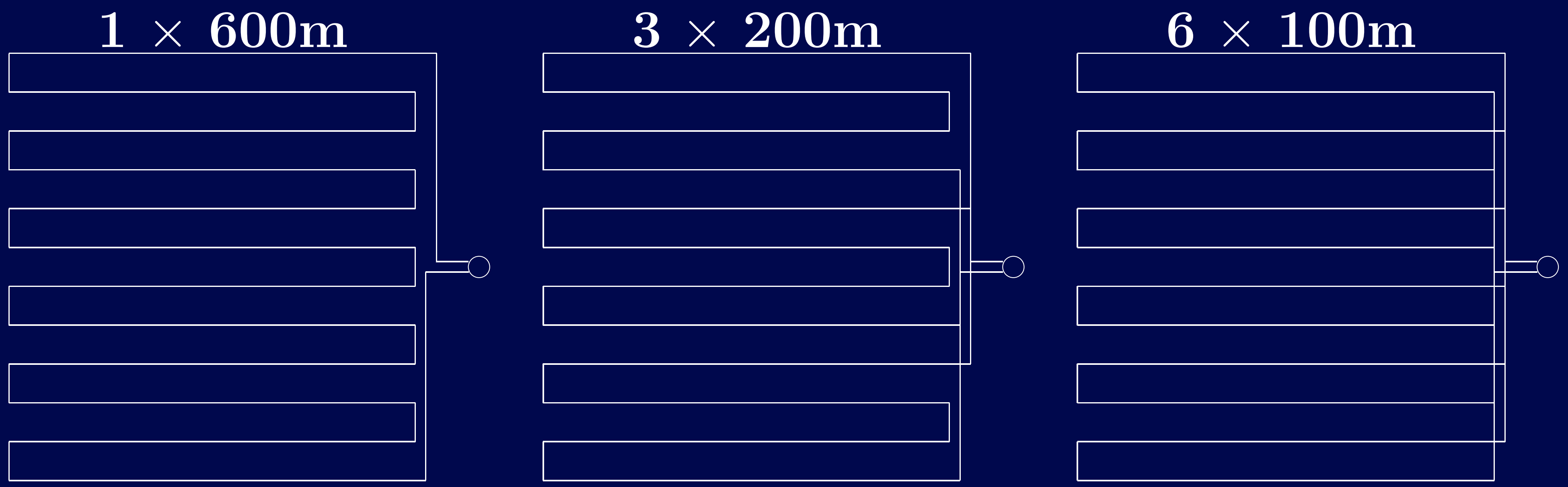
Mit n gleich langen parallelen Erdkollektoren:

$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \qquad F_n = n^2 F_1$$

Also gelten:

$$W_1 = W_1 \qquad\qquad W_3 = W_1/9$$
$$F_1 = F_1 \qquad\qquad F_3 = 9F_1$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit n gleich langen parallelen Erdkollektoren:

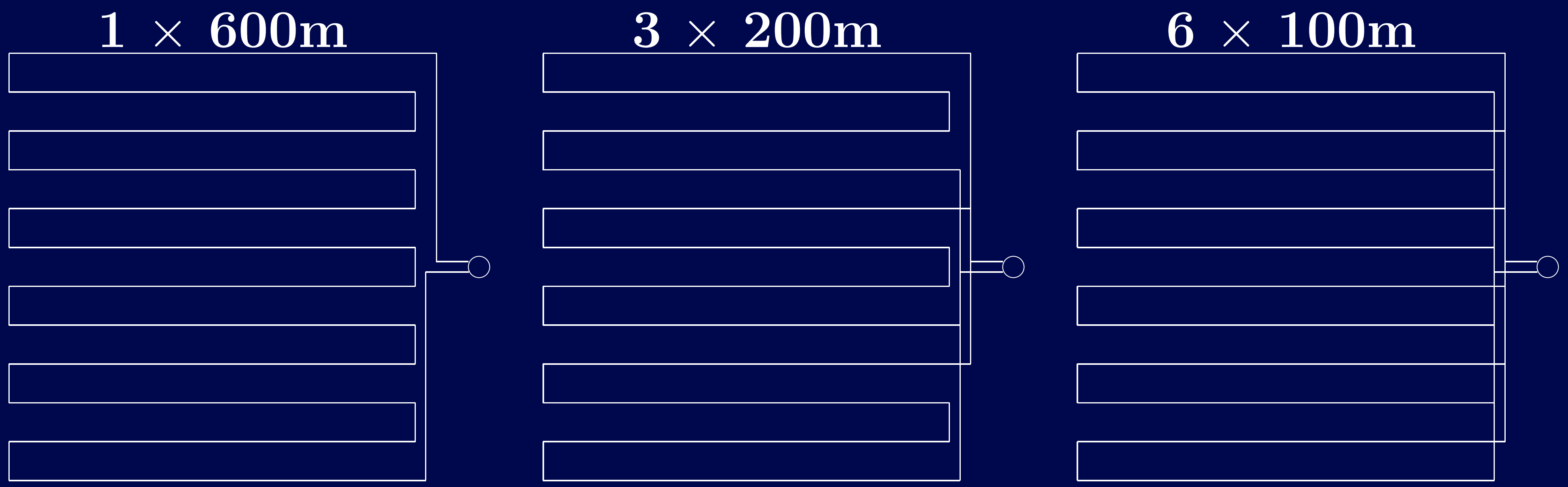
$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \qquad F_n = n^2 F_1$$

Also gelten:

$$W_1 = W_1 \qquad W_3 = W_1/9 \qquad W_6 = W_1/36$$

$$F_1 = F_1 \qquad F_3 = 9F_1 \qquad F_6 = 36F_1$$

Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit n gleich langen parallelen Erdkollektoren:

$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \qquad F_n = n^2 F_1$$

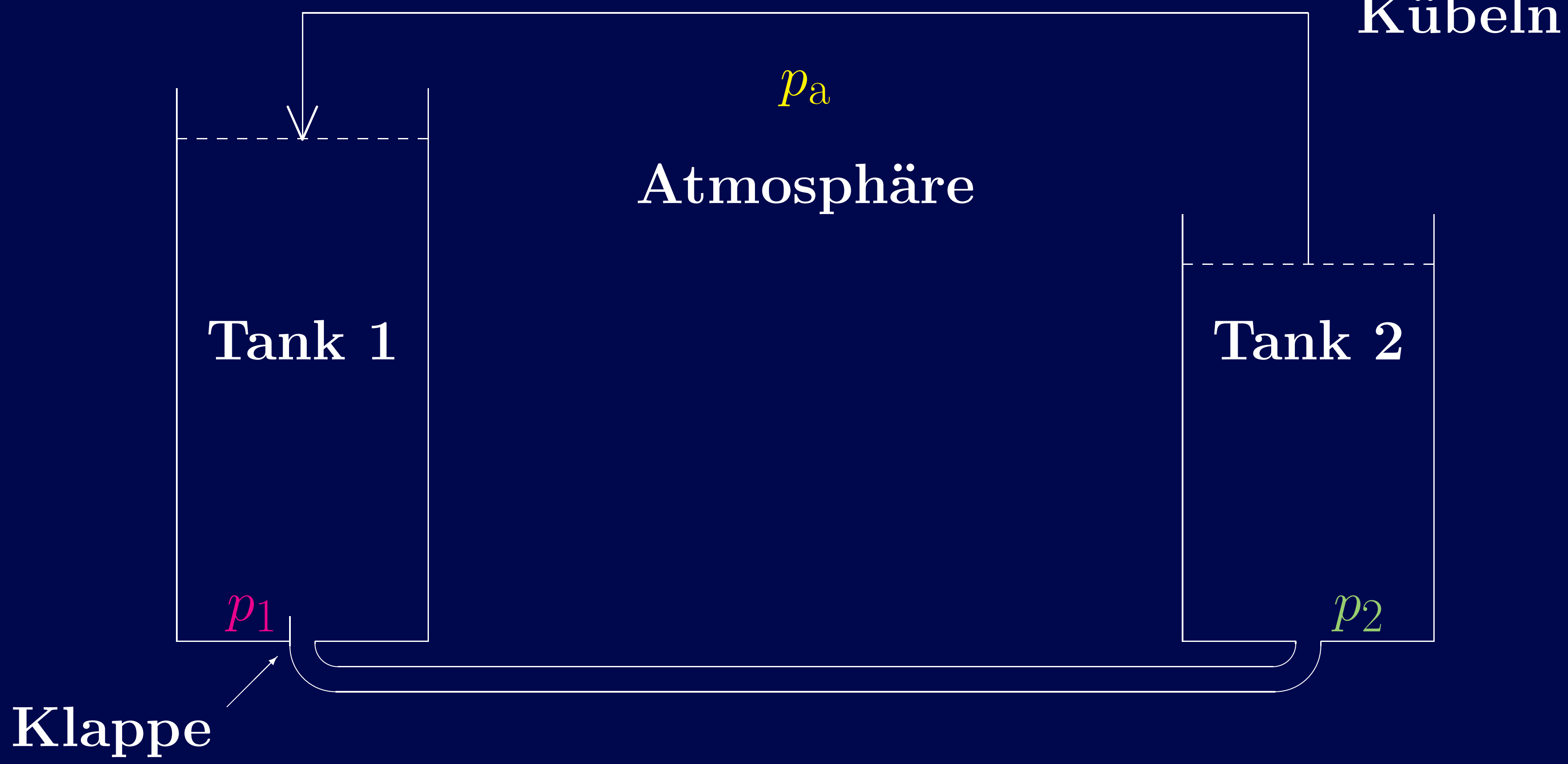
Also gelten:

$$W_1 = W_1 \qquad W_3 = W_1/9 \qquad W_6 = W_1/36$$

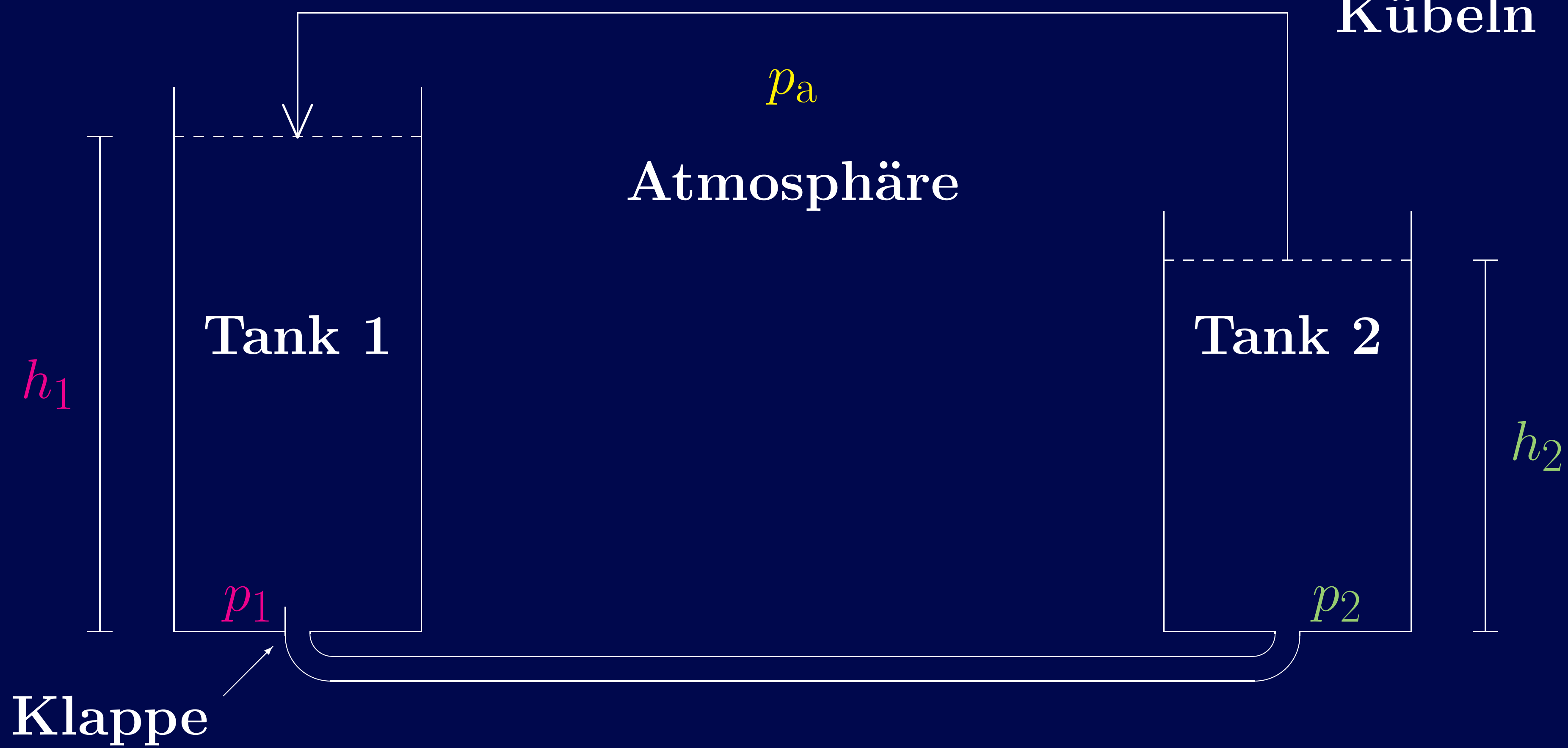
$$F_1 = F_1 \qquad F_3 = 9F_1 \qquad F_6 = 36F_1$$

Fluss mit 6 × 100m ist 36 × höher als mit 1 × 600m!

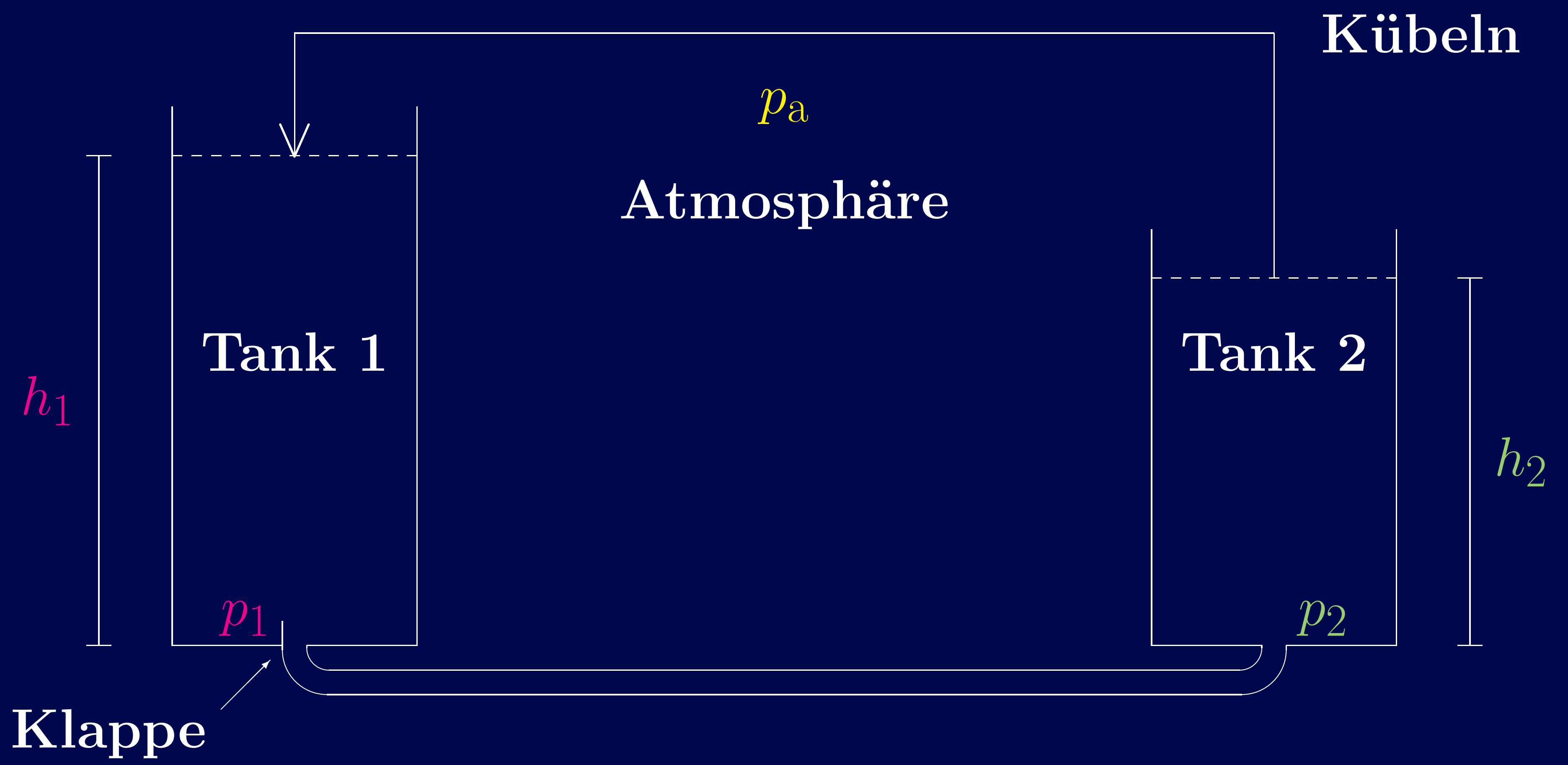
Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

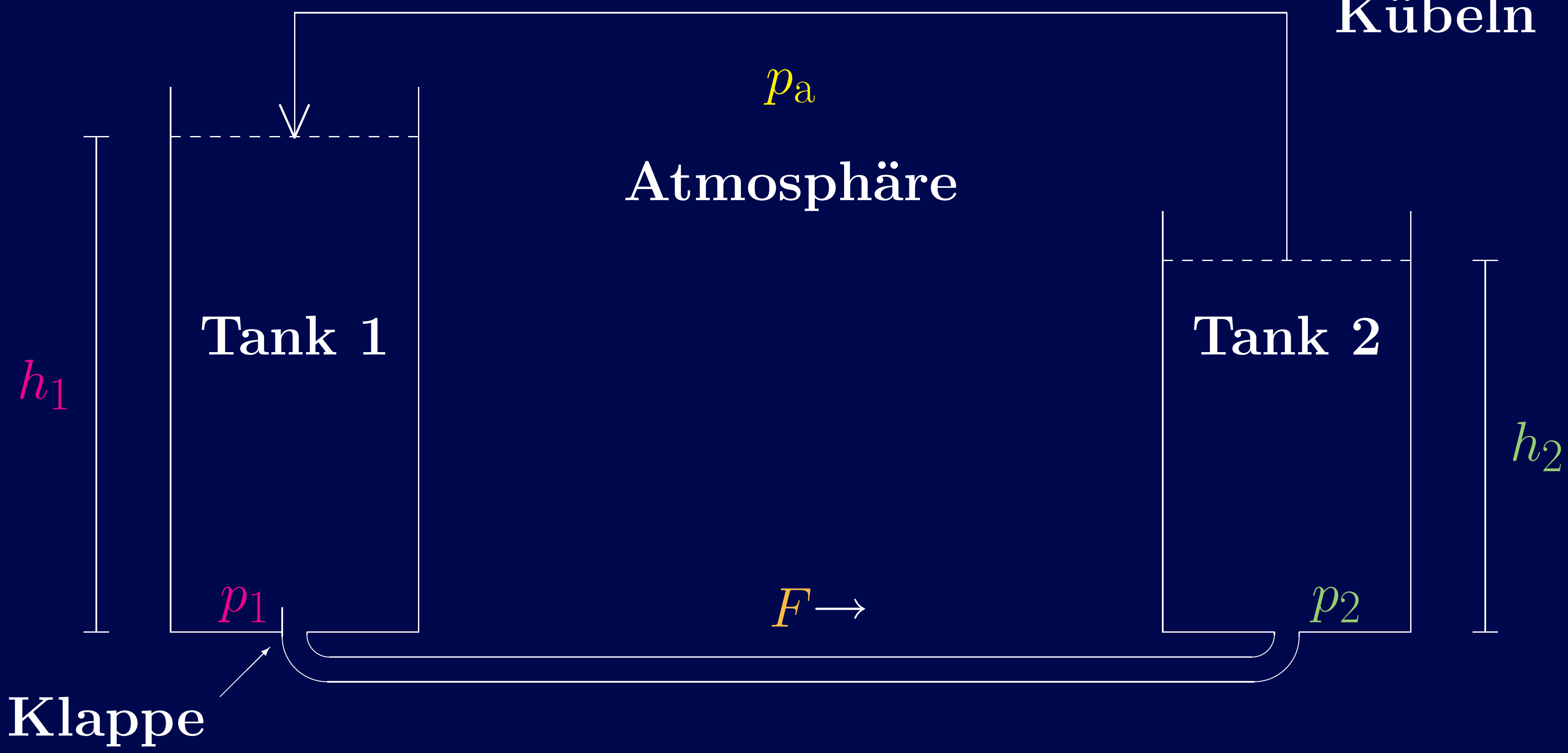


Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



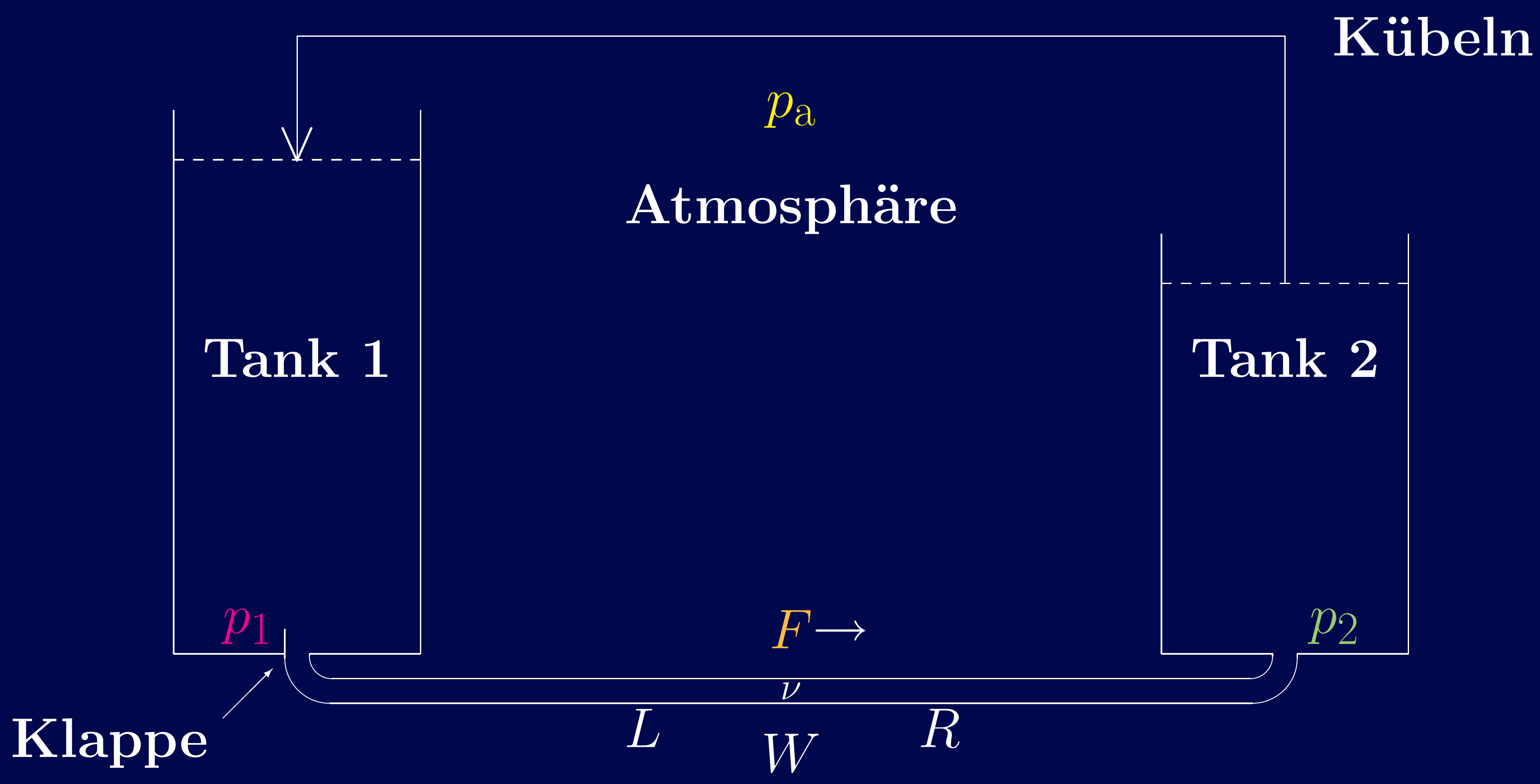
Bernoulli: $p_1 = p_\mathrm{a} + \rho g h_1,$ $\quad p_2 = p_\mathrm{a} + \rho g h_2.$

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

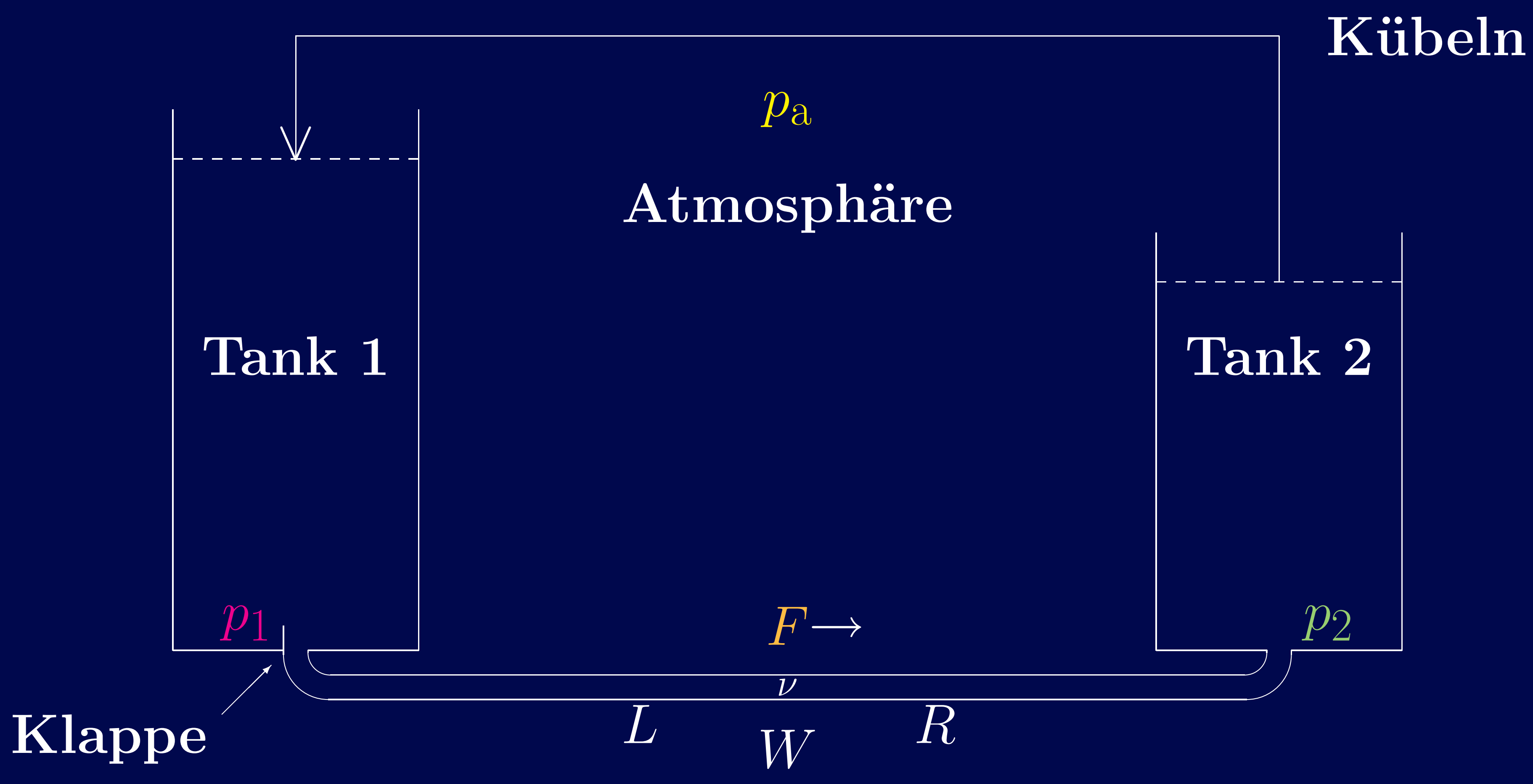


Kübeln so dass: h_1 und h_2 konstant bleiben.

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

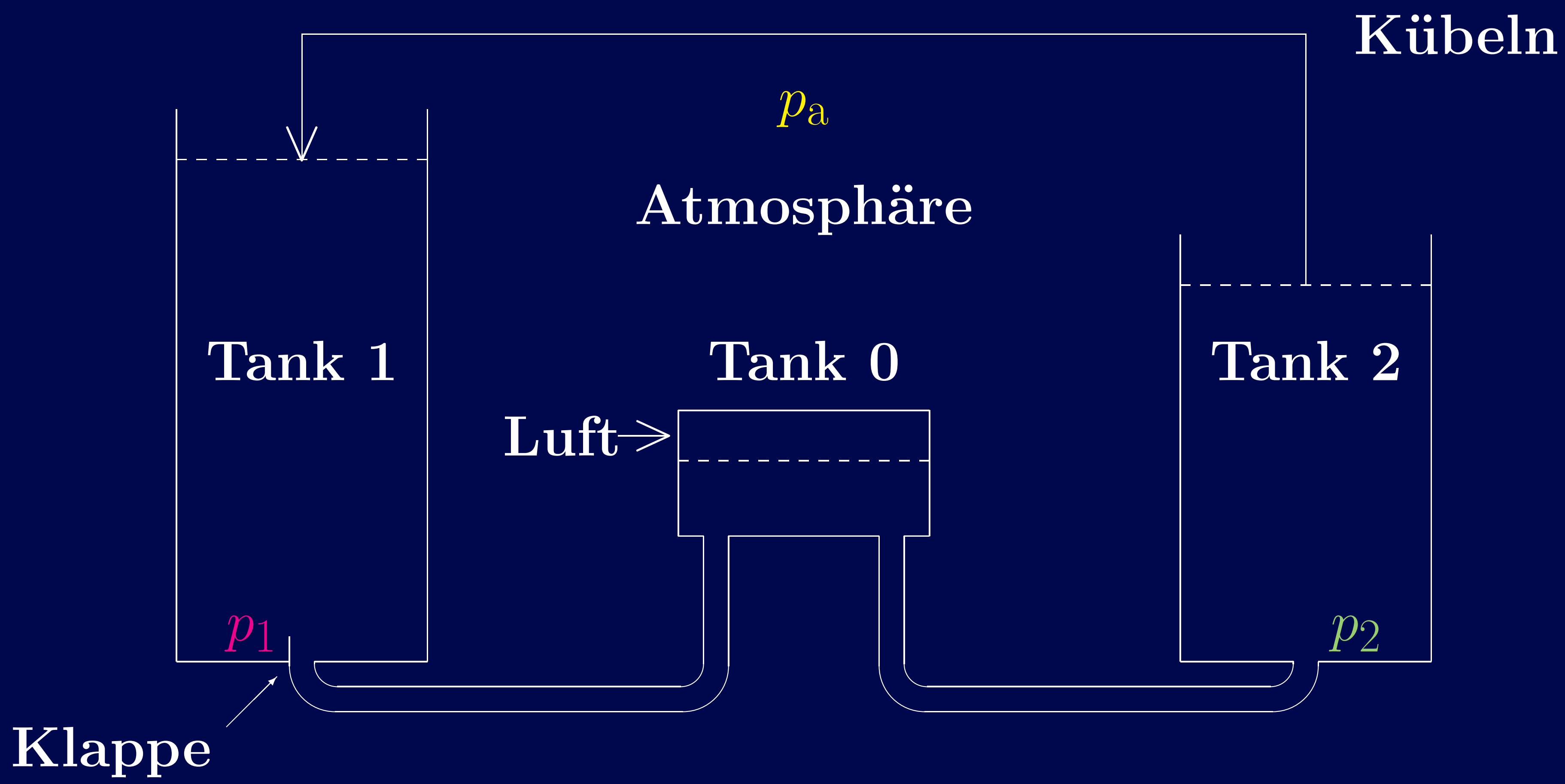


Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

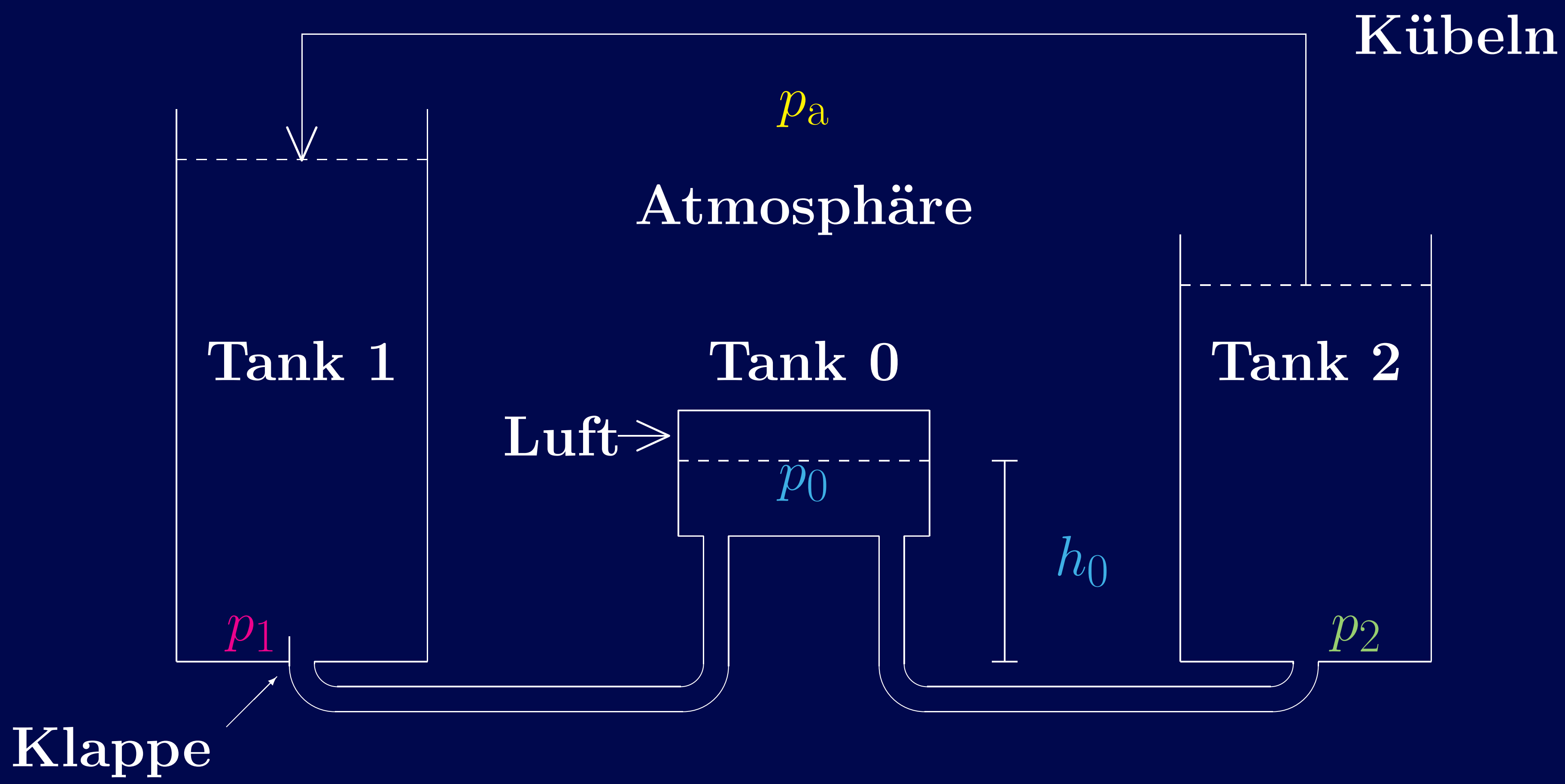


Poiseuille: $p_1 - p_2 = W \cdot F, \qquad W = 8\nu L/(\pi R^4)$

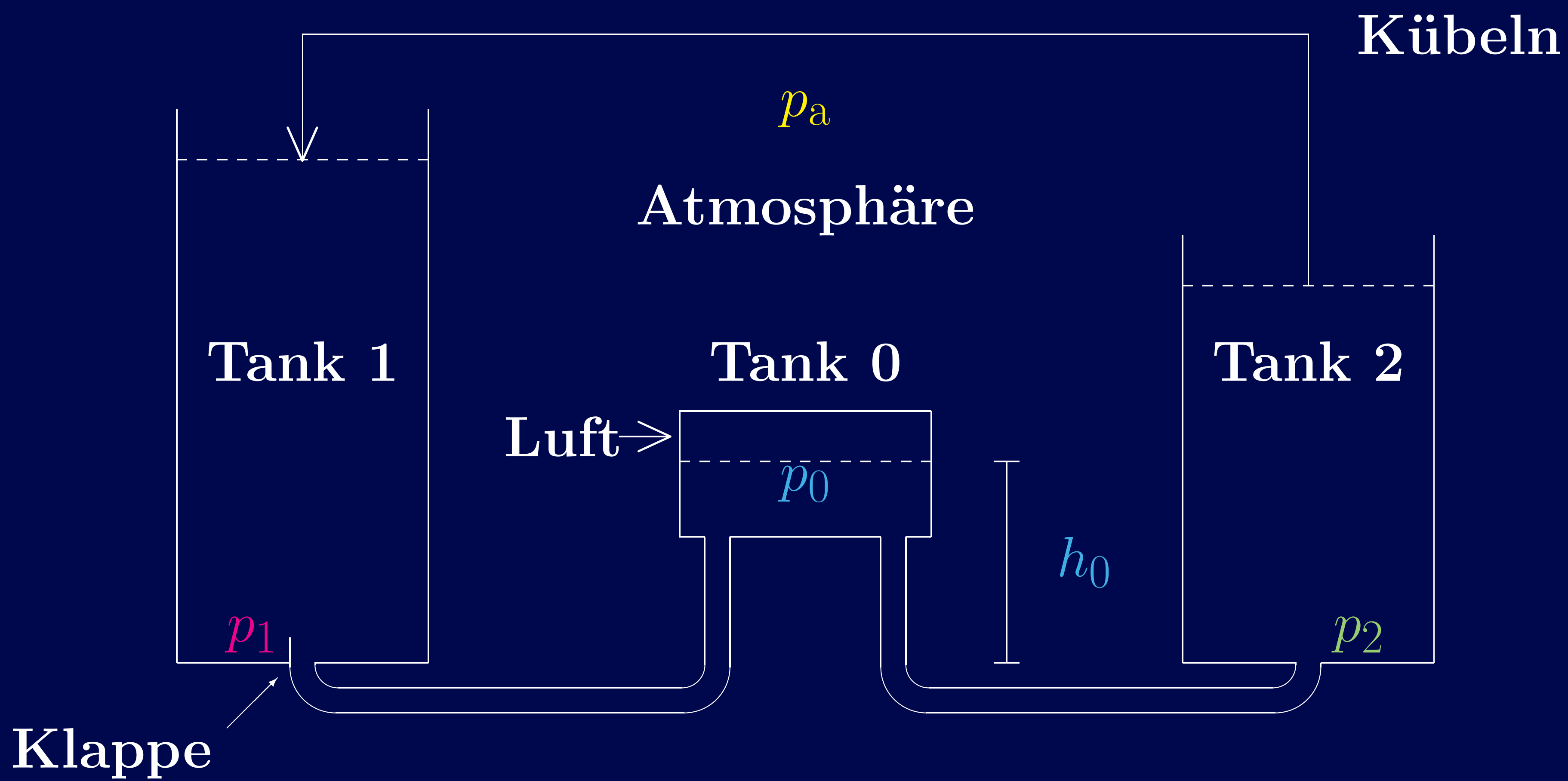
Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

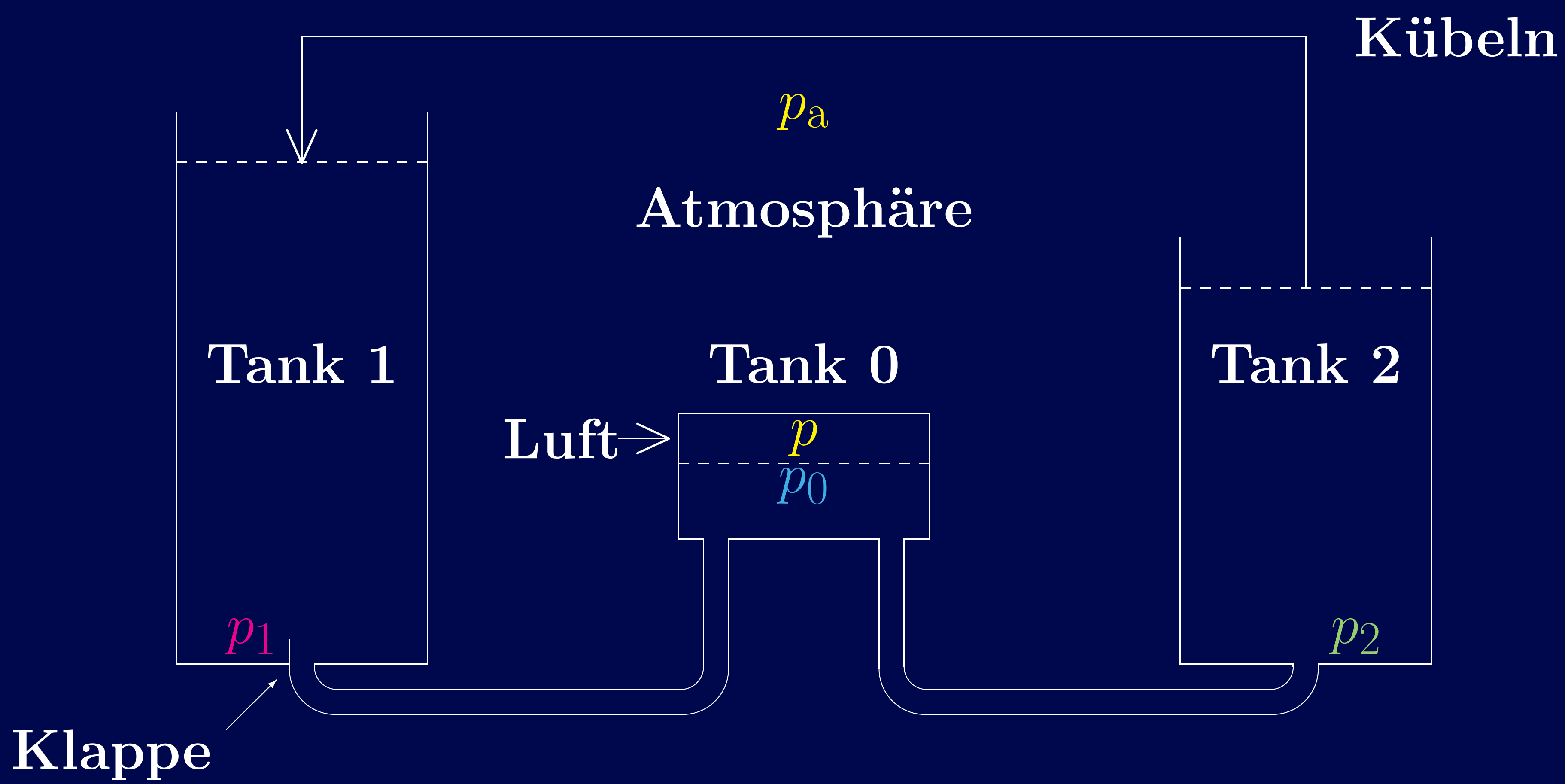


Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

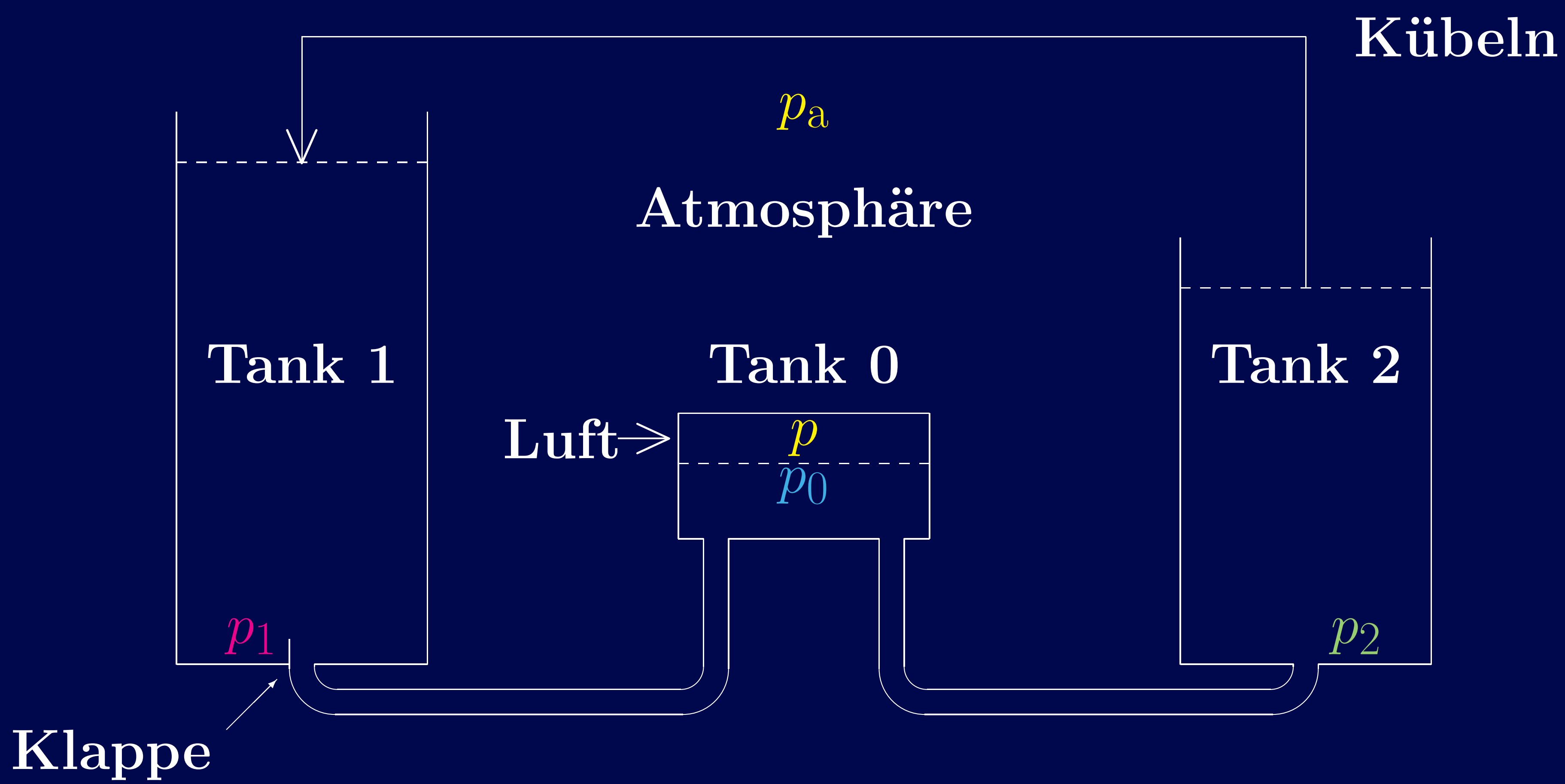


Bernoulli: $p_0 = p_2 - \rho g h_0 \quad \longrightarrow \quad p_0 = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) - \rho g h_0$

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

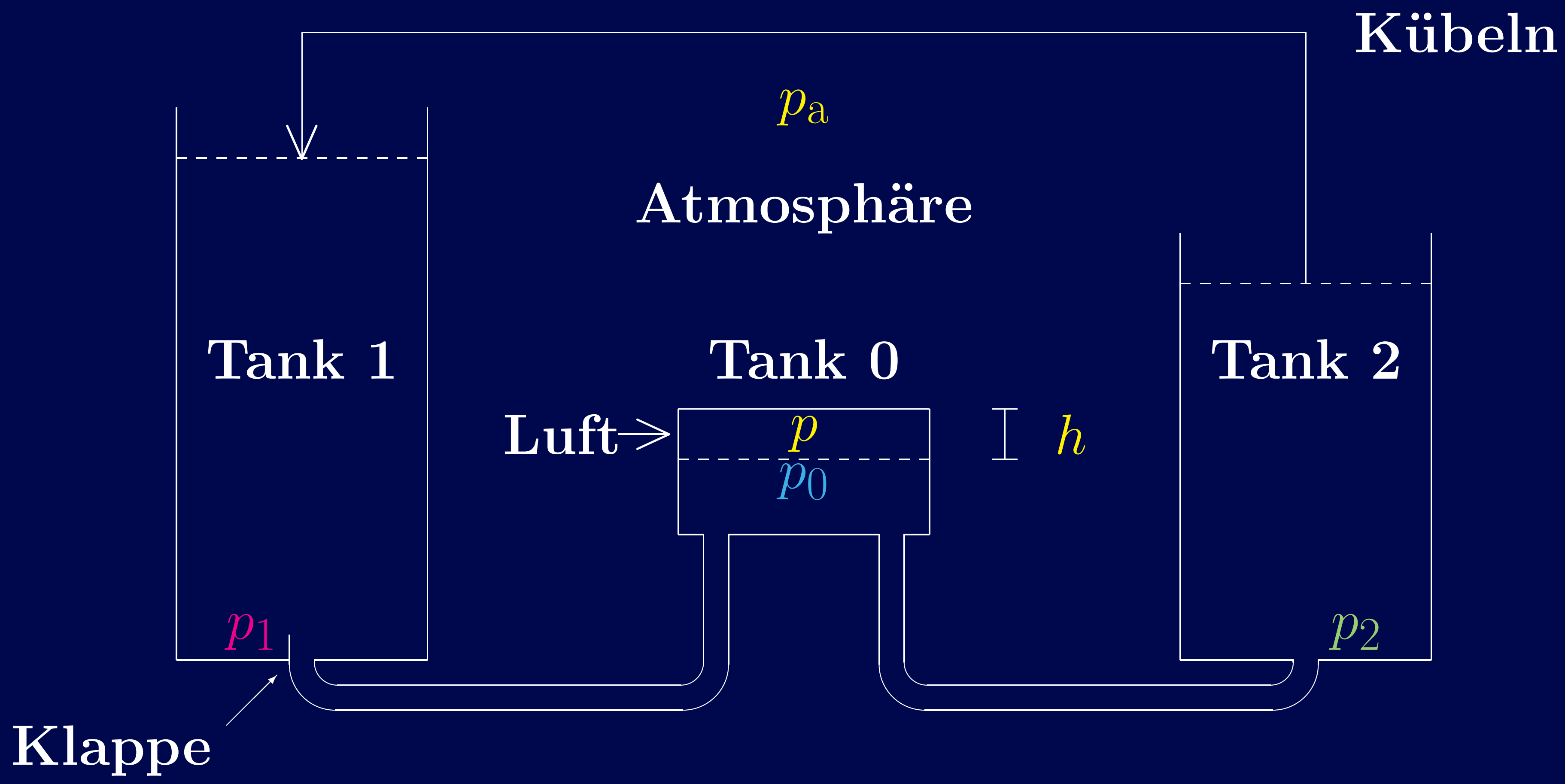


Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



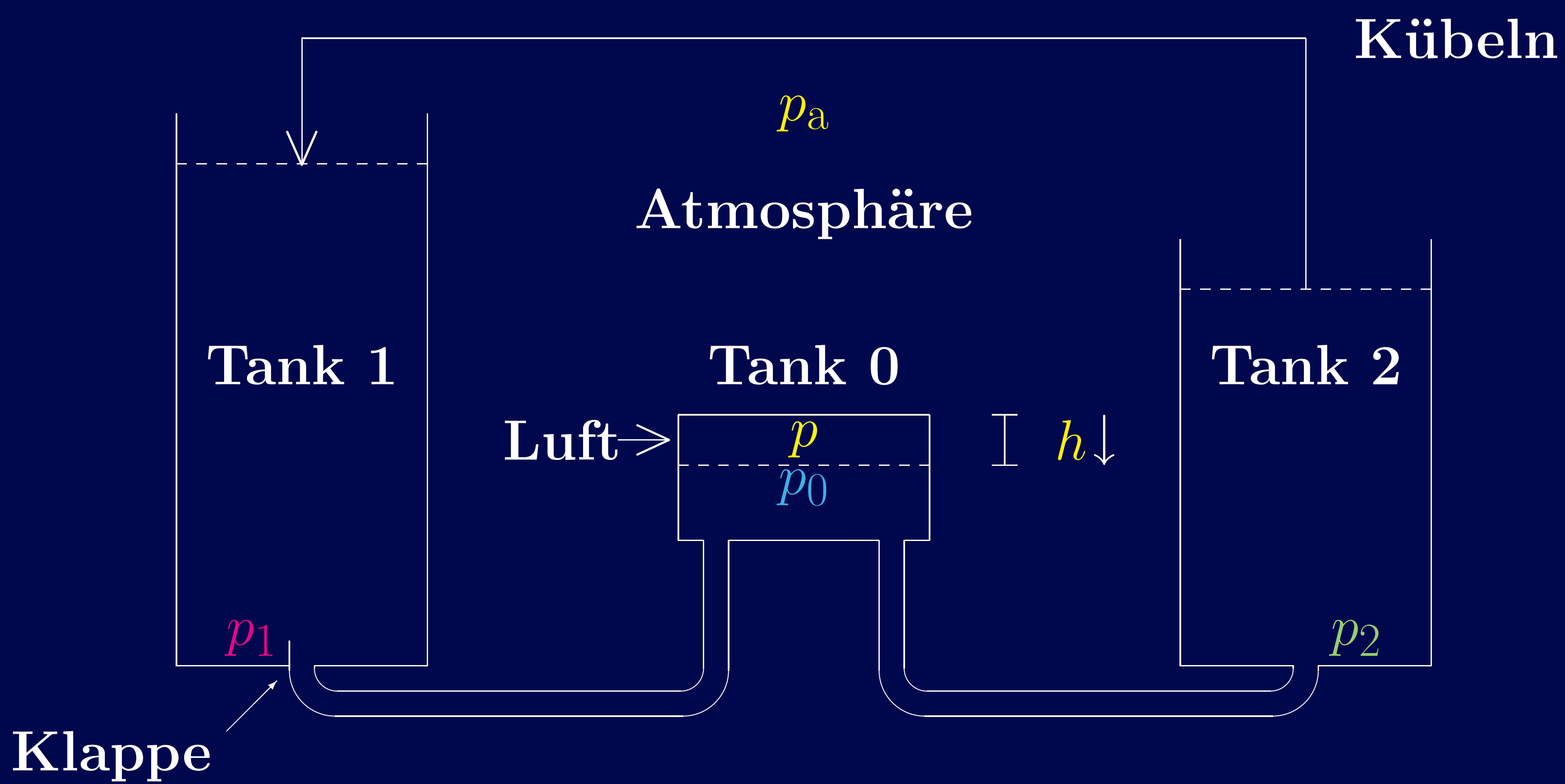
Ideales Gas: $p_0 = p$

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



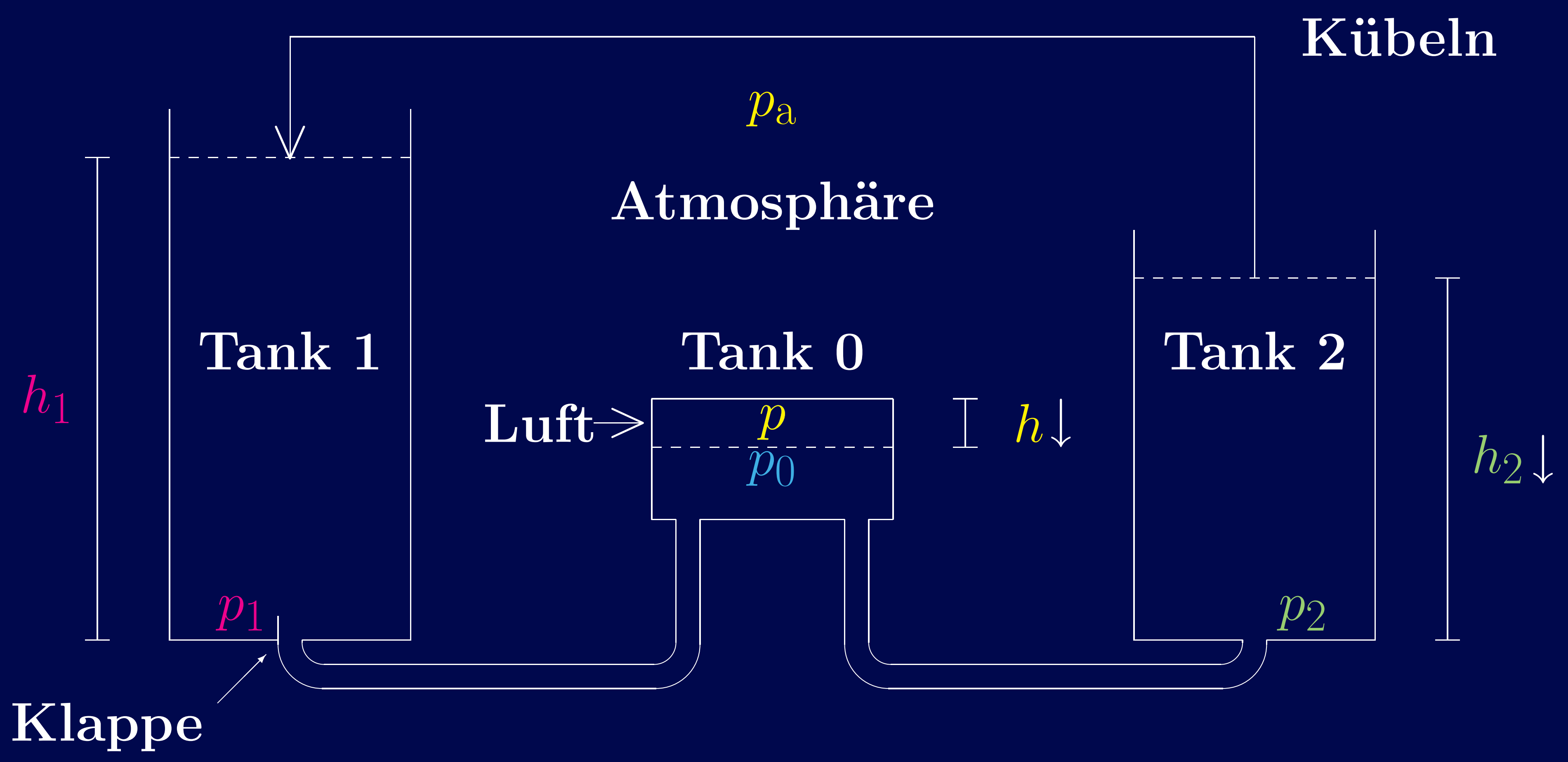
Ideales Gas: $$p_0 = p = \rho_\mathrm{L} \mathcal{R} T, \qquad \rho_\mathrm{L} = m_\mathrm{L}/(Ah)$$

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



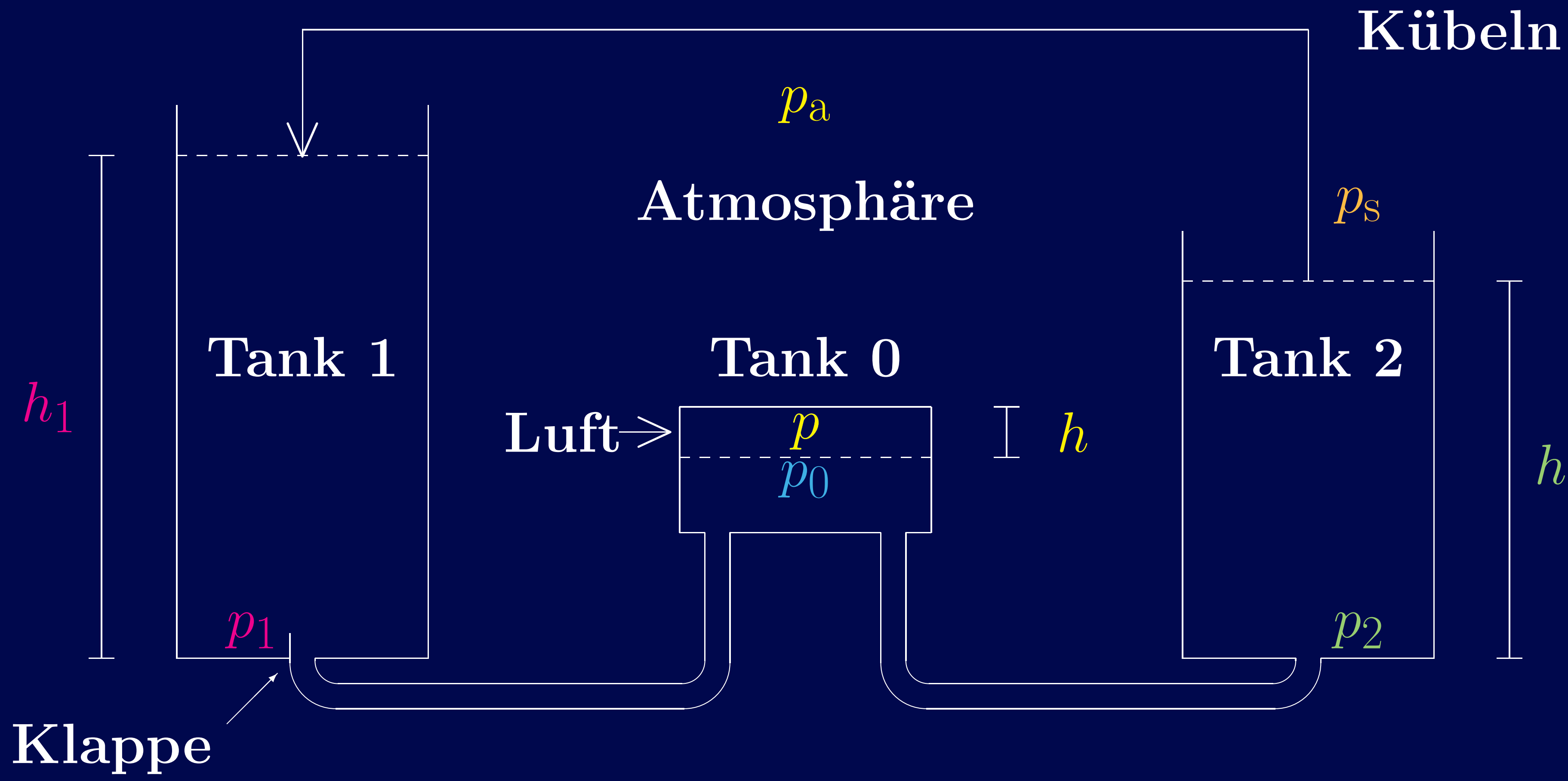
Bei Strömung: $p_0 = p$ **steigt, Luft wird kompromiert und** h **sinkt.**

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



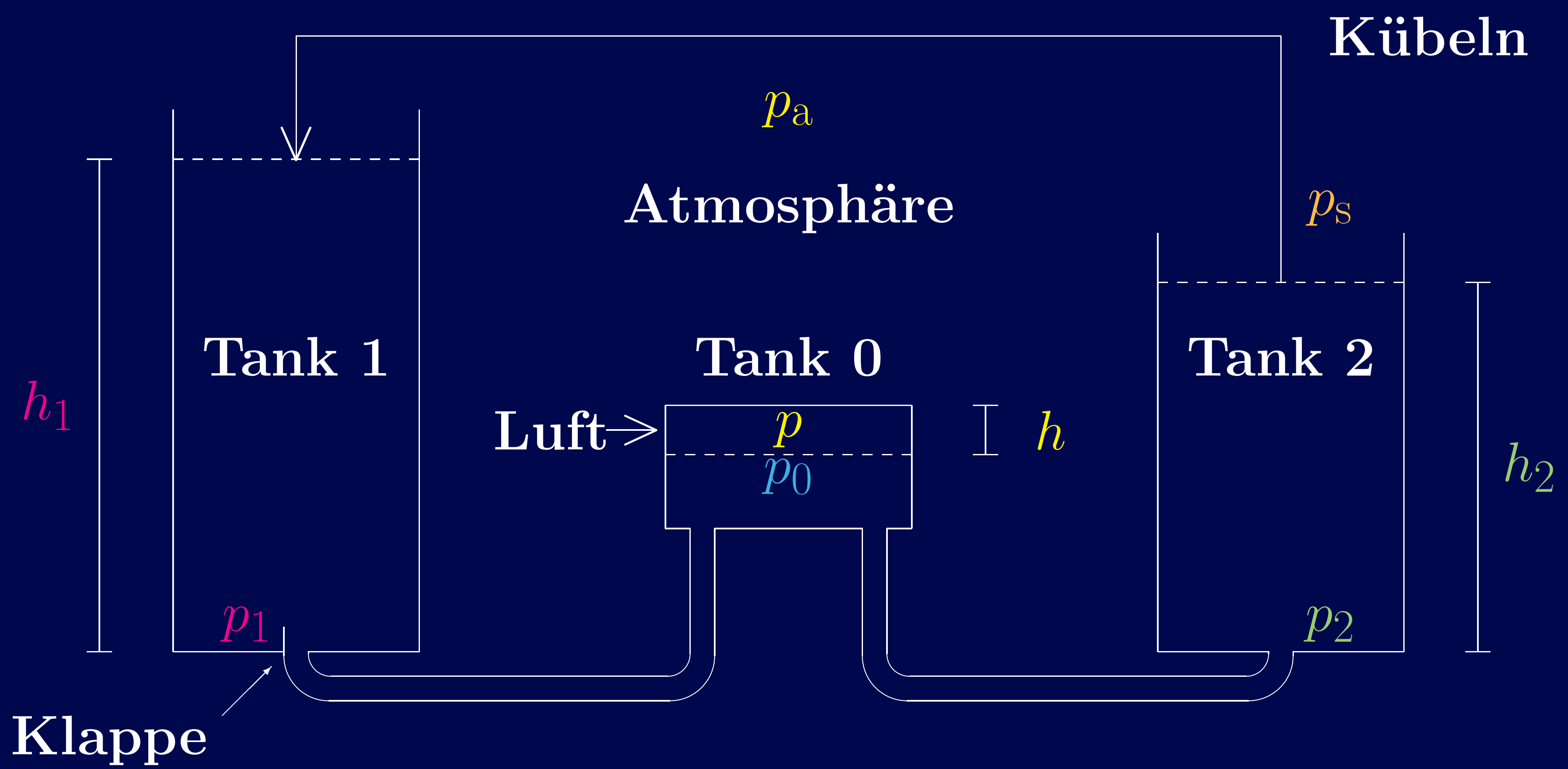
Wenn h_1 konstant bleibt, sinkt h_2 wegen Volumenerhaltung.

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



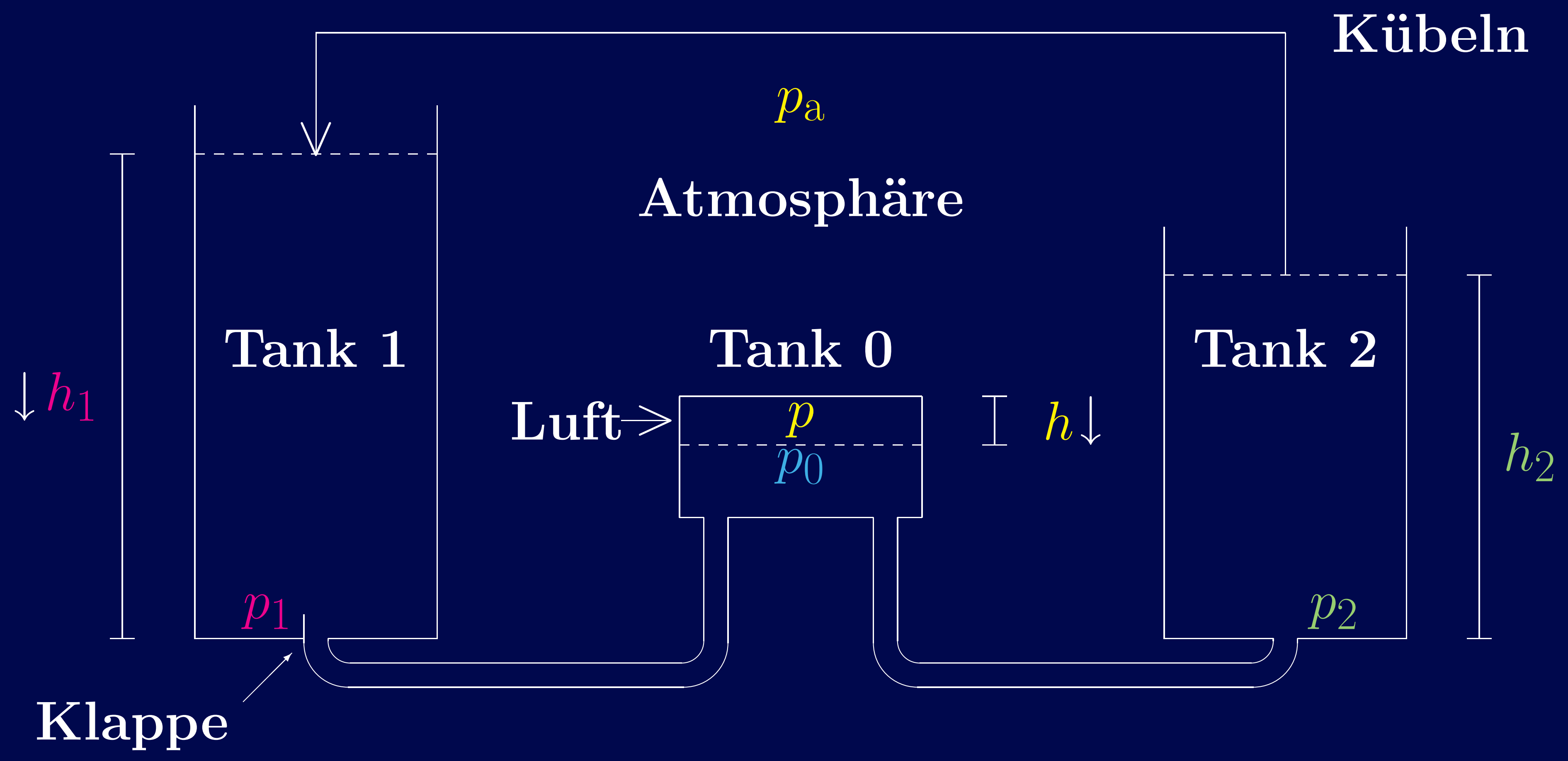
Um h_2 konstant zu halten, braucht man Saugglocke mit $p_\mathrm{s} < p_\mathrm{a}$.

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



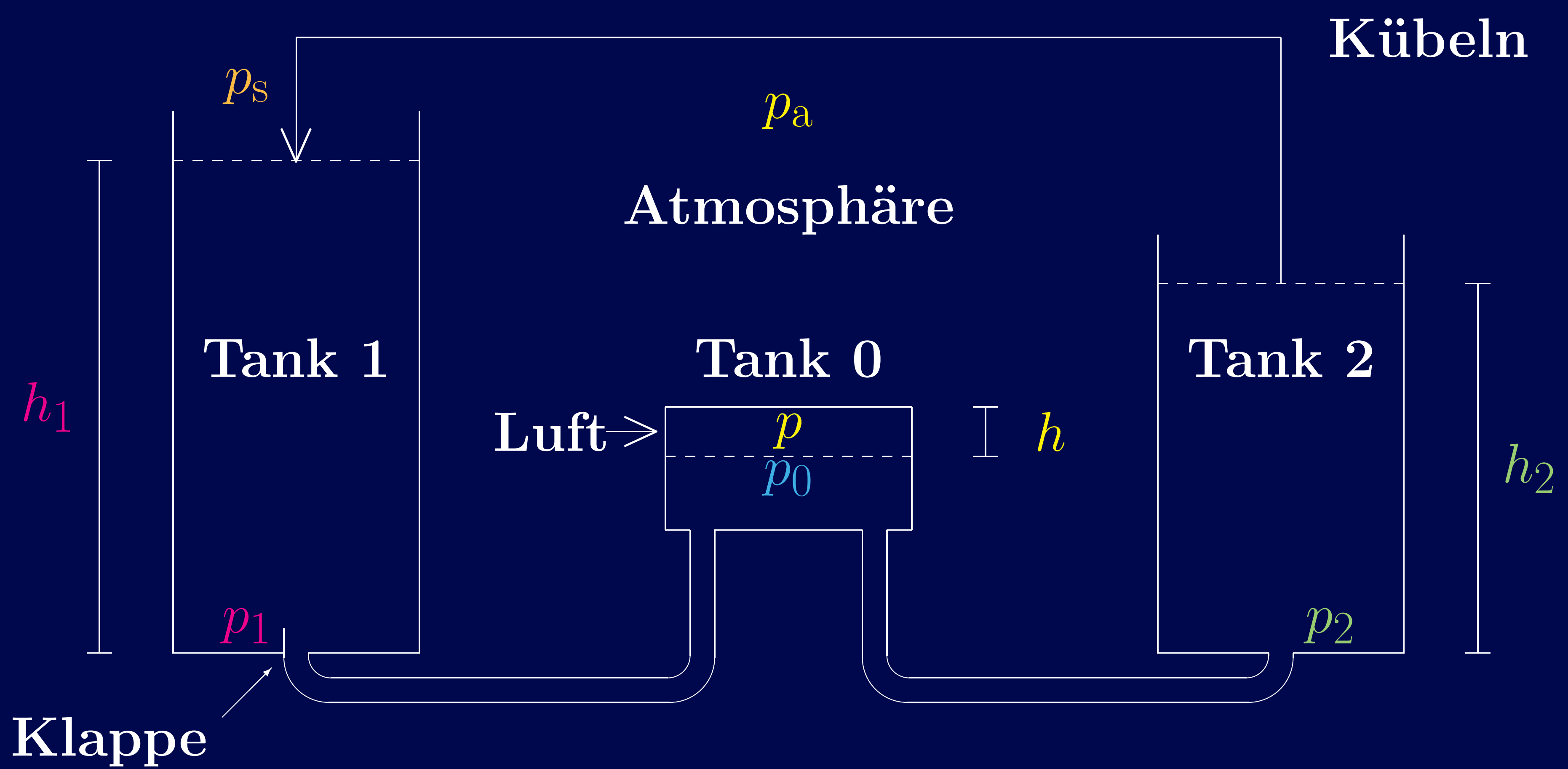
Fluss steigt: $F = W^{-1}[p_1 - p_2] = W^{-1}[p_1 - (\overset{p_\mathrm{a}}{\overset{\downarrow}{p_\mathrm{s}}} + \rho g h_2)]$

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



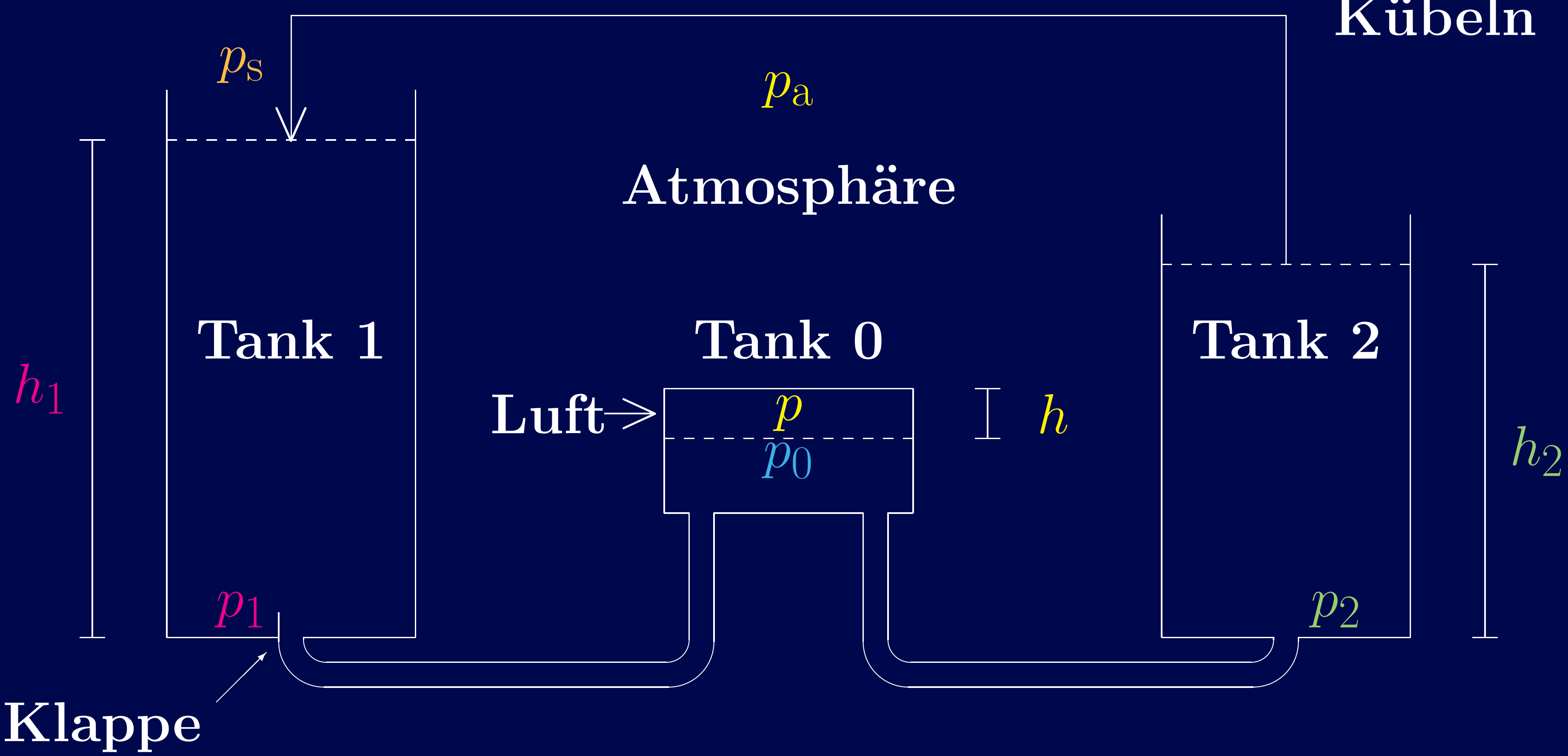
Wenn h_2 konstant bleibt, sinkt h_1 wegen Volumenerhaltung.

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



Um h_1 konstant zu halten, braucht man Saugglocke mit $p_s < p_a$.

Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



$$\overset{p_a}{\downarrow}$$

Fluss fällt: $F = W^{-1}[p_1 - p_2] = W^{-1}[(p_s + \rho g h_1) - p_2]$

Weitere Installationsfehler

Erst 600m in einem Kreis, dann geteilt in 3 (statt 6) Kreise verschiedener Längen.

Kürzester Kreis ist gefroren, längster Kreis hat keine Leistung:

Abstand soll mindestens 60cm sein!

Mit nur 10cm Abstand wird die in einem Stück gewonnene Wärme im nächsten Stück verloren.

Weitere Installationsfehler

Keine Drainage für Grundwasser.

Unterirdische Plastikverbindungen.

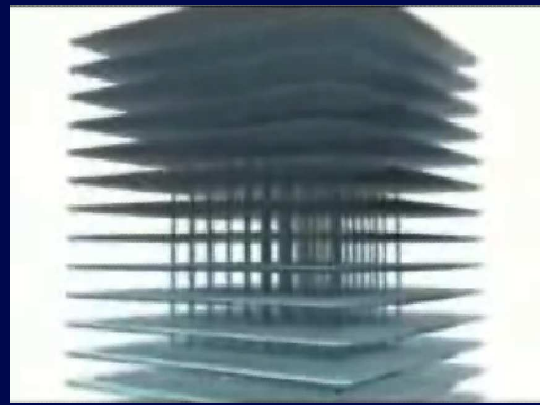
Lecks sind entstanden.

Eisblase ist hier sichtbar.

System ist 2007 neu installiert worden.

Modellierungsprojekt in einer aktuellen Vorlesung

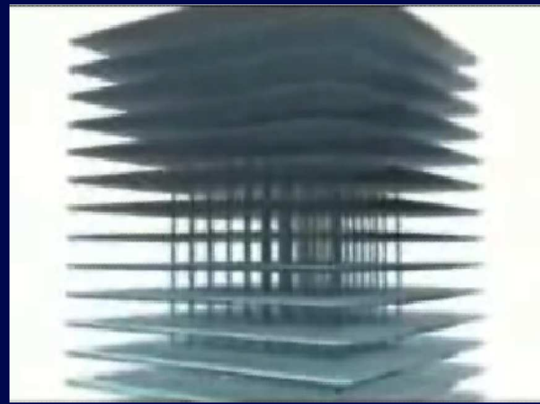
WTC7



WTC1/2 Pfannkuchen-Modell

Modellierungsprojekt in einer aktuellen Vorlesung

WTC7



WTC1/2 Pfannkuchen-Modell

Steven Jones, BYU

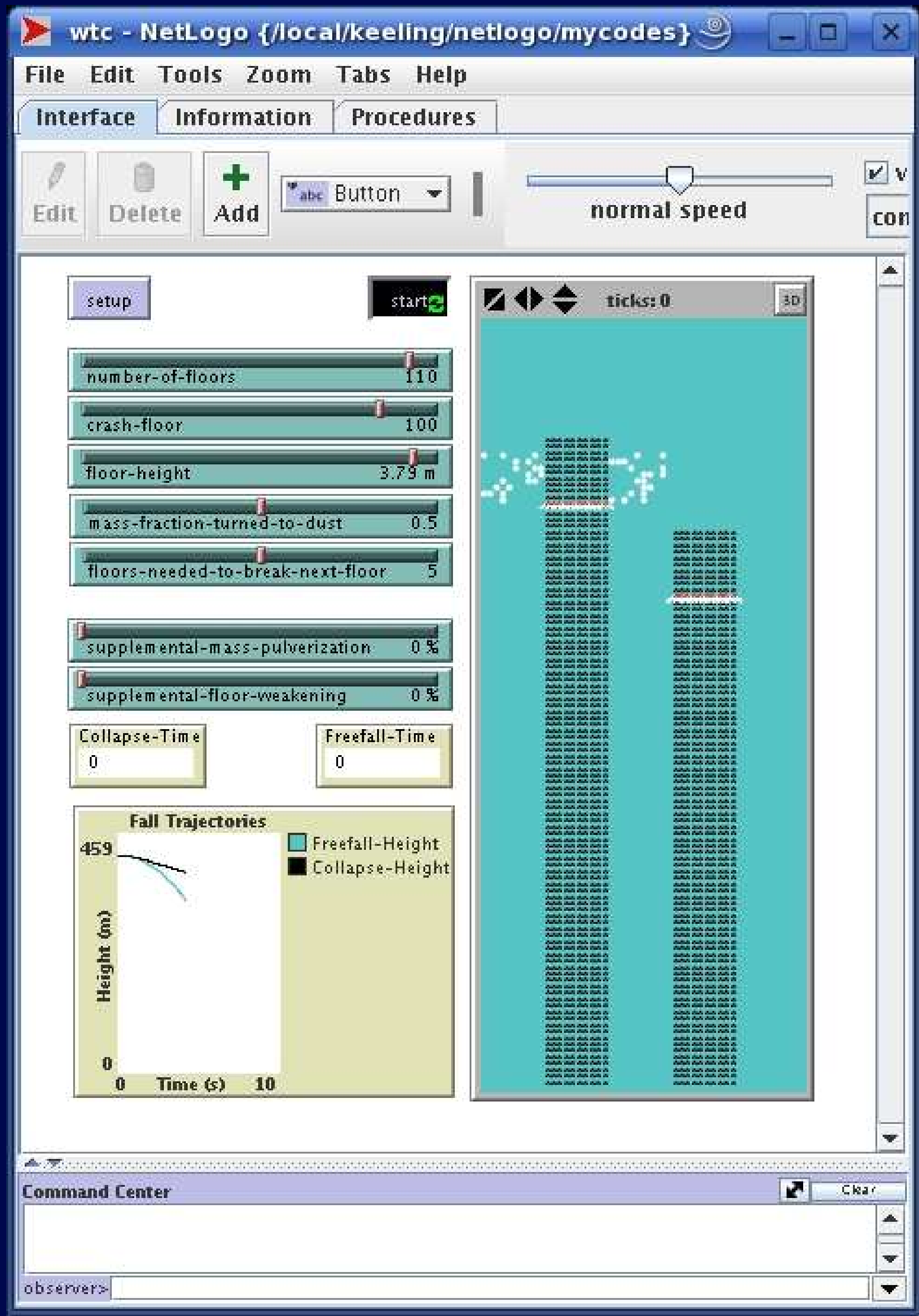
Kevin Ryan, UL

IMPROBABLE COLLAPSE

http://www.journalof911studies.com/

Das Projekt-Ergebnis

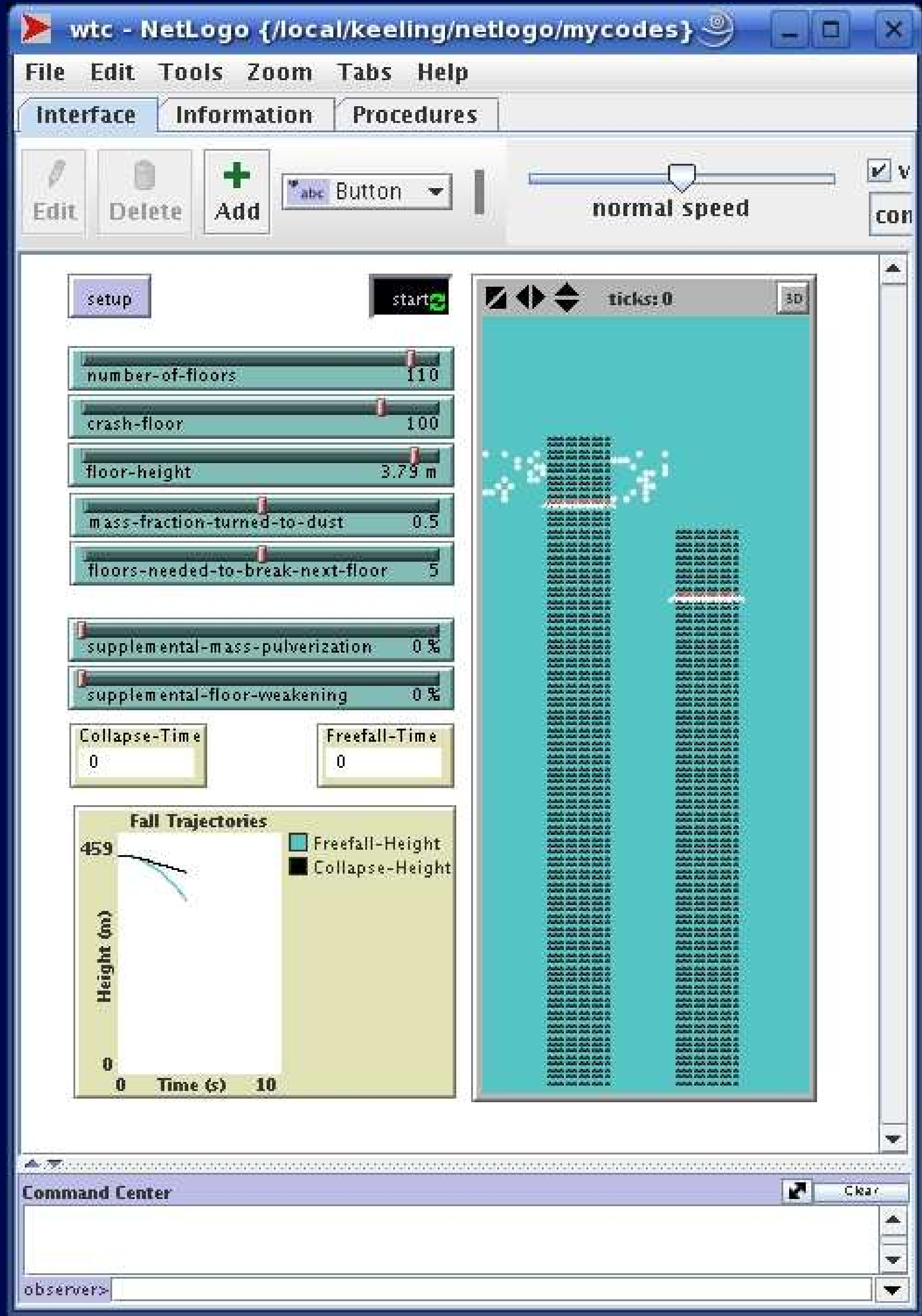
Netlogo Code: `wtc.nlogo`



Das Projekt-Ergebnis

Netlogo Code: `wtc.nlogo`

auch in MATLAB: `wtc.m`
und in EXCEL: `wtc.xls`
von Daniel Smertnig

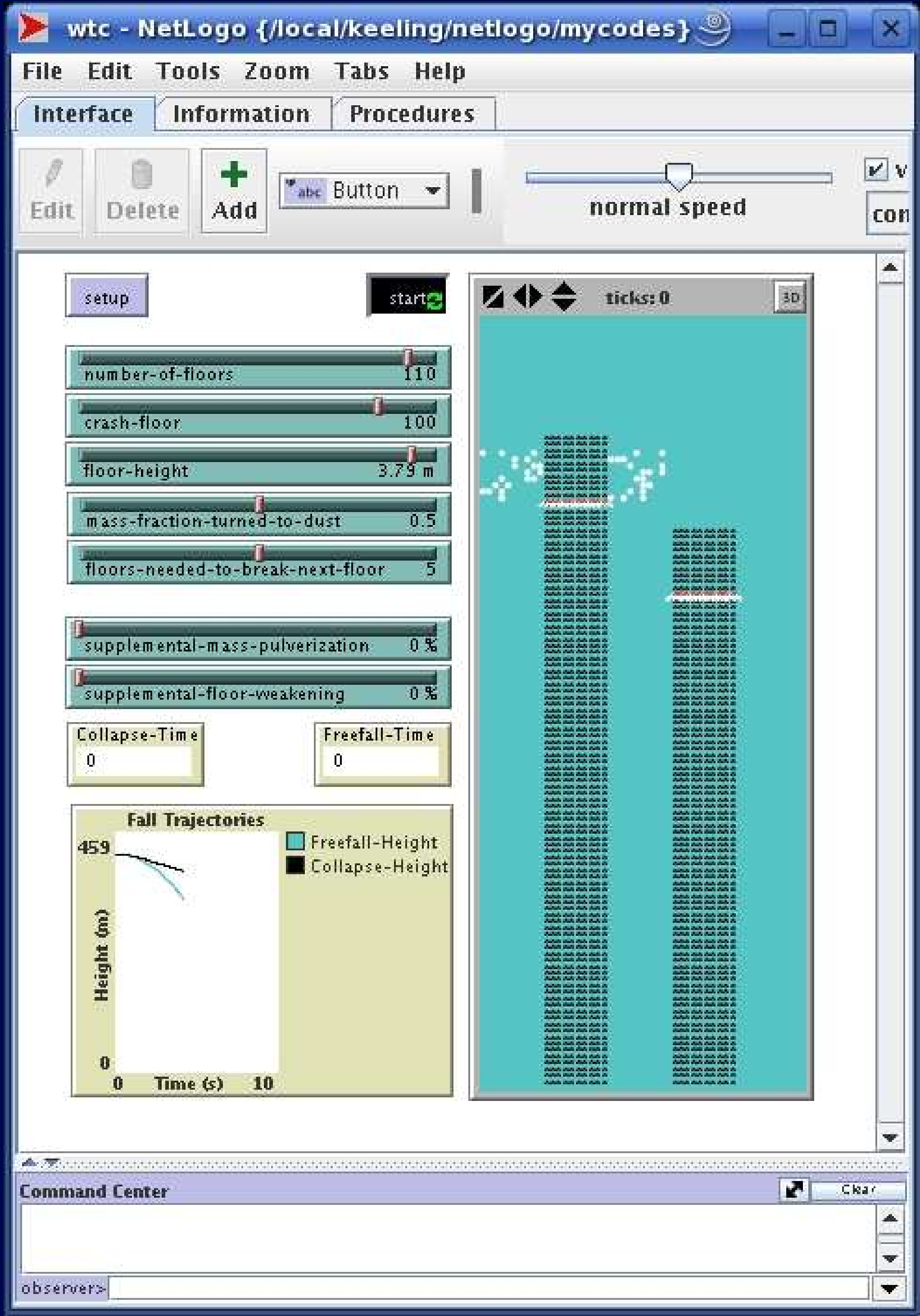


Das Projekt-Ergebnis

Netlogo Code: `wtc.nlogo`

auch in MATLAB: `wtc.m`
und in EXCEL: `wtc.xls`
von Daniel Smertnig

Webseite:
`http://math.uni-graz.at/keeling/wtc.html`



Das Projekt-Ergebnis

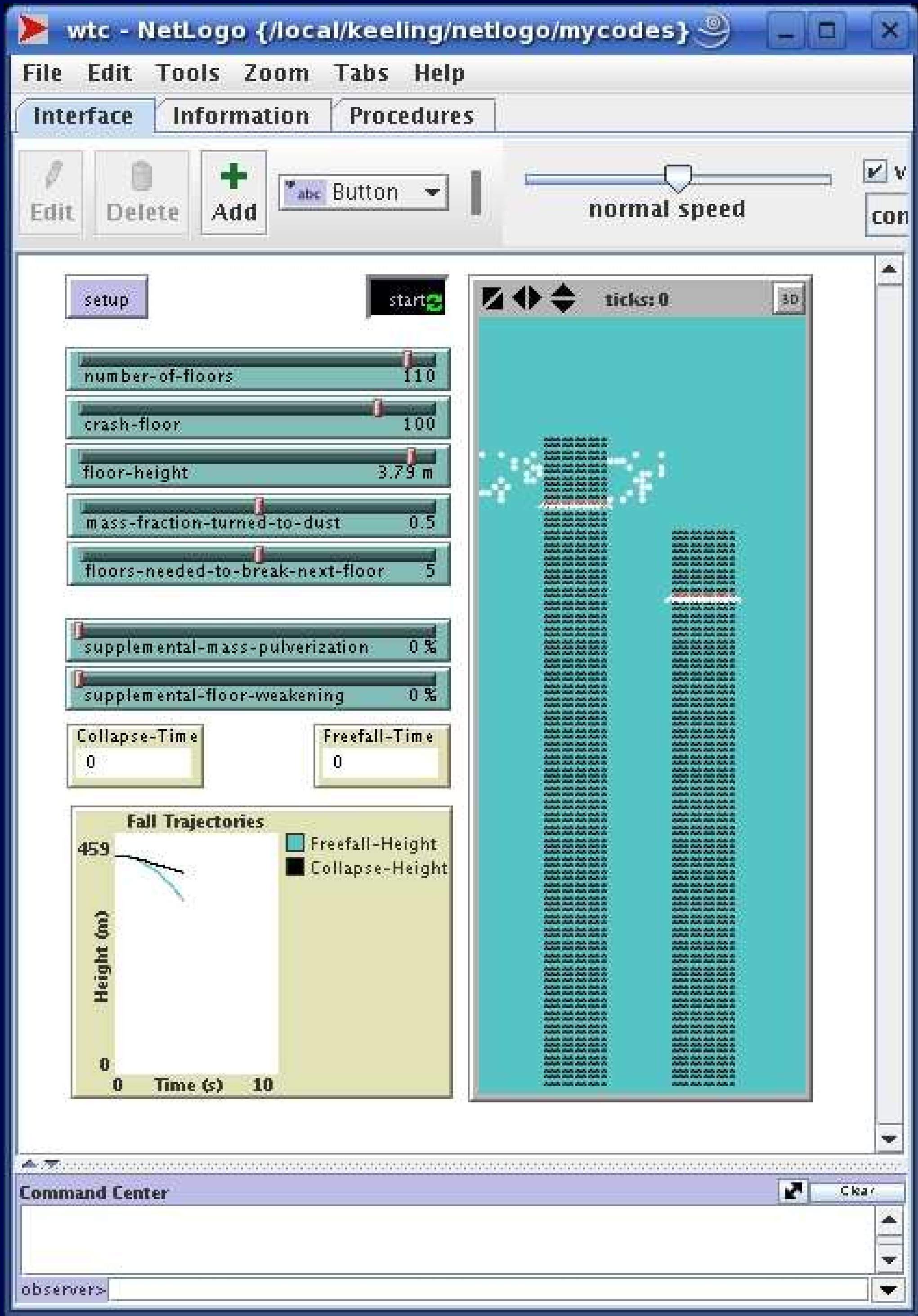
Netlogo Code: `wtc.nlogo`

auch in MATLAB: `wtc.m`
und in EXCEL: `wtc.xls`
von Daniel Smertnig

Webseite:
`http://math.uni-graz.at/keeling/`
`wtc.html`

Beschreibung: `wtc1.html`

und Herleitung: `wtc2.html`



Das Projekt-Ergebnis

Netlogo Code: wtc.nlogo

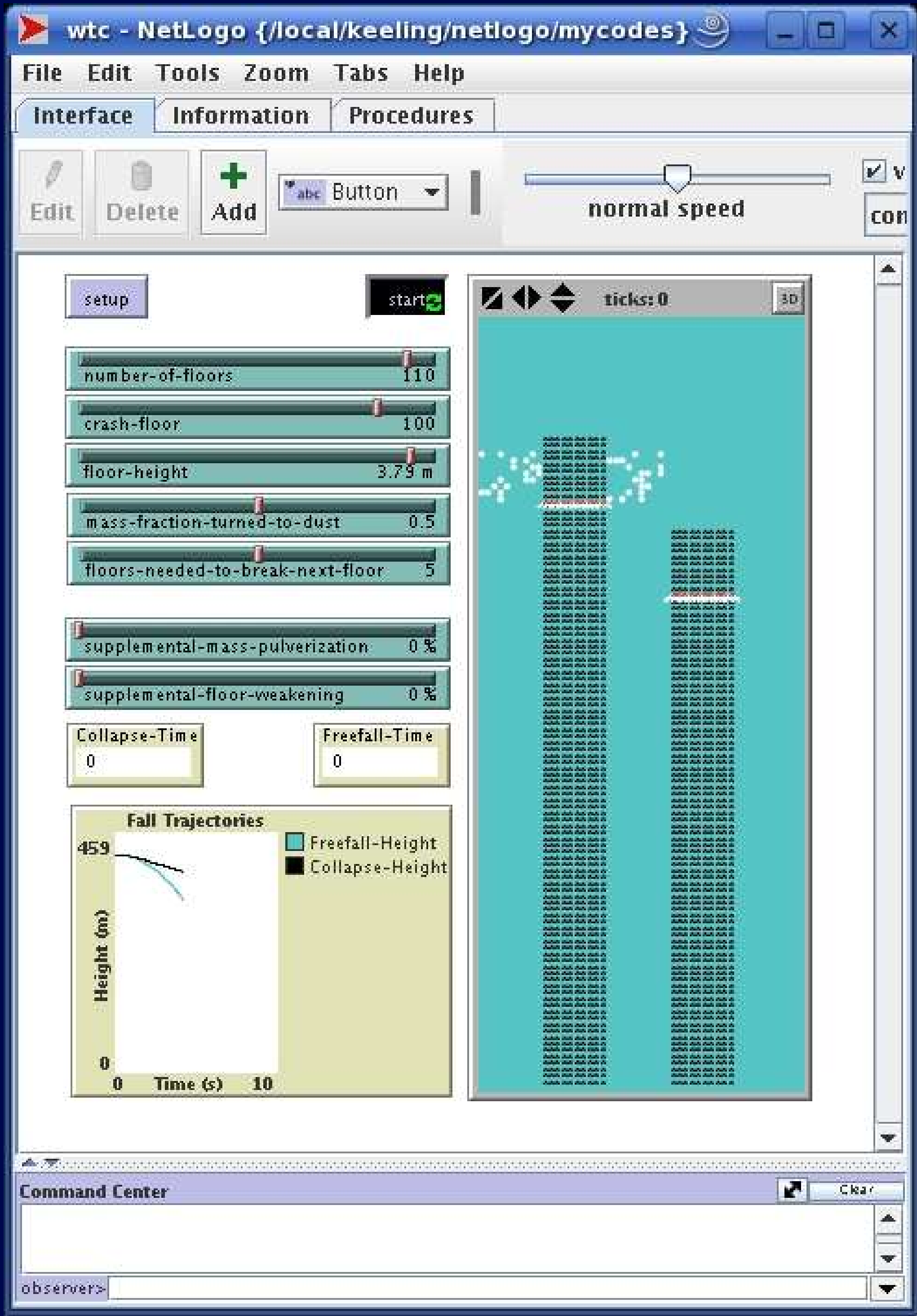
auch in MATLAB: wtc.m
und in EXCEL: wtc.xls
von Daniel Smertnig

Webseite:
http://math.uni-graz.at/keeling/
wtc.html

Beschreibung: wtc1.html

und Herleitung: wtc2.html

Einladung einzureichen beim
Journal of 911 Studies



Einführung in die Erhaltungssätze

Zwei Massen treffen einander ohne Schwerkraft.

Einführung in die Erhaltungssätze

Zwei Massen treffen einander ohne Schwerkraft.

Massenerhaltung: $$m_1 + m_2 = \tilde{m}_1 + \tilde{m}_2$$

Einführung in die Erhaltungssätze

Zwei Massen treffen einander ohne Schwerkraft.

Massenerhaltung: $$m_1 + m_2 = \tilde{m}_1 + \tilde{m}_2$$

Impulserhaltung: $$\boldsymbol{v}_1 m_1 + \boldsymbol{v}_2 m_2 = \tilde{\boldsymbol{v}}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{\boldsymbol{v}}_2 \tilde{m}_2$$

Einführung in die Erhaltungssätze

Zwei Massen treffen einander ohne Schwerkraft.

Massenerhaltung: $$m_1 + m_2 = \tilde{m}_1 + \tilde{m}_2$$

Impulserhaltung: $$\boldsymbol{v}_1 m_1 + \boldsymbol{v}_2 m_2 = \tilde{\boldsymbol{v}}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{\boldsymbol{v}}_2 \tilde{m}_2$$

Energieerhaltung: $$\frac{1}{2}|\boldsymbol{v}_1|^2 m_1 + \frac{1}{2}|\boldsymbol{v}_2|^2 m_2 = \frac{1}{2}|\tilde{\boldsymbol{v}}_1|^2 \tilde{m}_1 + \frac{1}{2}|\tilde{\boldsymbol{v}}_2|^2 \tilde{m}_2$$

Einführung in die Erhaltungssätze

Zwei Massen treffen einander ohne Schwerkraft.

Massenerhaltung: $$m_1 + m_2 = \tilde{m}_1 + \tilde{m}_2$$

Impulserhaltung: $$\boldsymbol{v}_1 m_1 + \boldsymbol{v}_2 m_2 = \tilde{\boldsymbol{v}}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{\boldsymbol{v}}_2 \tilde{m}_2$$

Energieerhaltung: $$\frac{1}{2}|\boldsymbol{v}_1|^2 m_1 + \frac{1}{2}|\boldsymbol{v}_2|^2 m_2 = \frac{1}{2}|\tilde{\boldsymbol{v}}_1|^2 \tilde{m}_1 + \frac{1}{2}|\tilde{\boldsymbol{v}}_2|^2 \tilde{m}_2$$

Berechne $\tilde{\boldsymbol{v}}_i$ wenn $m_i = \tilde{m}_i$:

$$\tilde{\boldsymbol{v}}_i = \boldsymbol{v}_\mathrm{S} - (\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_\mathrm{S})$$

wobei für den Schwerpunkt $\boldsymbol{v}_\mathrm{S} = (\boldsymbol{v}_1 m_1 + \boldsymbol{v}_2 m_2)/(m_1 + m_2)$.

Das WTC Modell

- **Zur Zeit t_1 ist Masse m_1 im freien Fall mit Geschwindigkeit $u_1 < 0$.**

Das WTC Modell

- **Zur Zeit t_1 ist Masse m_1 im freien Fall mit Geschwindigkeit $u_1 < 0$.**
- **Masse m_1 fällt von Höhe h zur Masse m_2.**

Das WTC Modell

- **Zur Zeit t_1 ist Masse m_1 im freien Fall mit Geschwindigkeit $u_1 < 0$.**
- **Masse m_1 fällt von Höhe h zur Masse m_2.**
- **Die Dauer des Falls ist:**

$$t_2 = t_1 + [u_1 + \sqrt{u_1^2 + 2gh}]/g$$

Das WTC Modell

- **Zur Zeit t_1 ist Masse m_1 im freien Fall mit Geschwindigkeit $u_1 < 0$.**
- **Masse m_1 fällt von Höhe h zur Masse m_2.**
- **Die Dauer des Falls ist:**

$$t_2 = t_1 + [u_1 + \sqrt{u_1^2 + 2gh}]/g$$

- **Die Geschwindigkeiten der Massen knapp vor der Kollision sind:**

$$v_1 = -\sqrt{u_1^2 + 2gh}, \quad v_2 = 0$$

Das WTC Modell

- **Zur Zeit t_1 ist Masse m_1 im freien Fall mit Geschwindigkeit $u_1 < 0$.**
- **Masse m_1 fällt von Höhe h zur Masse m_2.**
- **Die Dauer des Falls ist:**

$$t_2 = t_1 + [u_1 + \sqrt{u_1^2 + 2gh}]/g$$

- **Die Geschwindigkeiten der Massen knapp vor der Kollision sind:**

$$v_1 = -\sqrt{u_1^2 + 2gh}, \quad v_2 = 0$$

- **Von der Kollision wird der Bruchteil σ von der Masse m_2 verstaubt und zufällig gestreut:**

$$m_2 \longrightarrow (1-\sigma)m_2 + \sigma m_2, \quad \sigma m_2 = \sum_{l>2} m_l, \quad \sum_{l>2} \tilde{v}_l m_l = 0$$

Das WTC Modell

- **Zur Zeit t_1 ist Masse m_1 im freien Fall mit Geschwindigkeit $u_1 < 0$.**
- **Masse m_1 fällt von Höhe h zur Masse m_2.**
- **Die Dauer des Falls ist:**

$$t_2 = t_1 + [u_1 + \sqrt{u_1^2 + 2gh}]/g$$

- **Die Geschwindigkeiten der Massen knapp vor der Kollision sind:**

$$v_1 = -\sqrt{u_1^2 + 2gh}, \quad v_2 = 0$$

- **Von der Kollision wird der Bruchteil σ von der Masse m_2 verstaubt und zufällig gestreut:**

$$m_2 \to (1-\sigma)m_2 + \sigma m_2, \quad \sigma m_2 = \sum_{l>2} m_l, \quad \sum_{l>2} \tilde{v}_l m_l = 0$$

- **Von Massenerhaltung ist die neue Masse im freien Fall:**

$$m_1 + (1-\sigma)m_2$$

Das WTC Modell

- **Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.**

Das WTC Modell

- **Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.**
- **D.h. wenn der Impuls $m_1 v_1$ der fallenden Masse kleiner als Δp_0 ist, gibt es keine weitere Bewegung.**

Das WTC Modell

- **Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.**
- **D.h. wenn der Impuls $m_1 v_1$ der fallenden Masse kleiner als Δp_0 ist, gibt es keine weitere Bewegung.**
- **Von Impulserhaltung,**

$$\begin{aligned} \Delta p_0 + v_1 m_1 + v_2 m_2 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_2 \tilde{m}_2 + \Sigma_{l>2} \tilde{v}_l \tilde{m}_l \\ \Delta p_0 + v_1 m_1 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_1 (1 - \sigma) m_2 \end{aligned}$$

Das WTC Modell

- Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.
- D.h. wenn der Impuls $m_1 v_1$ der fallenden Masse kleiner als Δp_0 ist, gibt es keine weitere Bewegung.
- Von Impulserhaltung,

$$\begin{aligned} \Delta p_0 + v_1 m_1 + v_2 m_2 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_2 \tilde{m}_2 + \Sigma_{l>2} \tilde{v}_l \tilde{m}_l \\ \Delta p_0 + v_1 m_1 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_1 (1 - \sigma) m_2 \end{aligned}$$

ist die neue Geschwindigkeit der Masse im freien Fall:

$$\tilde{v}_1 = [m_1 v_1 + \Delta p_0] / [m_1 + (1 - \sigma) m_2]$$

Das WTC Modell

- Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.
- D.h. wenn der Impuls $m_1 v_1$ der fallenden Masse kleiner als Δp_0 ist, gibt es keine weitere Bewegung.
- Von Impulserhaltung,

$$\begin{aligned} \Delta p_0 + v_1 m_1 + v_2 m_2 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_2 \tilde{m}_2 + \Sigma_{l>2} \tilde{v}_l \tilde{m}_l \\ \Delta p_0 + v_1 m_1 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_1 (1 - \sigma) m_2 \end{aligned}$$

ist die neue Geschwindigkeit der Masse im freien Fall:

$$\tilde{v}_1 = [m_1 v_1 + \Delta p_0]/[m_1 + (1 - \sigma) m_2]$$

- Zusammenfassung:

Das WTC Modell

- **Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.**
- **D.h. wenn der Impuls $m_1 v_1$ der fallenden Masse kleiner als Δp_0 ist, gibt es keine weitere Bewegung.**
- **Von Impulserhaltung,**

$$\begin{aligned} \Delta p_0 + v_1 m_1 + v_2 m_2 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_2 \tilde{m}_2 + \Sigma_{l>2} \tilde{v}_l \tilde{m}_l \\ \Delta p_0 + v_1 m_1 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_1 (1 - \sigma) m_2 \end{aligned}$$

ist die neue Geschwindigkeit der Masse im freien Fall:

$$\tilde{v}_1 = [m_1 v_1 + \Delta p_0]/[m_1 + (1 - \sigma) m_2]$$

- **Zusammenfassung:**
  - **Freier Fall: m_1 mit u_1 in t_1, dann v_1 in t_2.**

Das WTC Modell

- **Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.**
- **D.h. wenn der Impuls $m_1 v_1$ der fallenden Masse kleiner als Δp_0 ist, gibt es keine weitere Bewegung.**
- **Von Impulserhaltung,**

$$\begin{aligned} \Delta p_0 + v_1 m_1 + v_2 m_2 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_2 \tilde{m}_2 + \Sigma_{l>2} \tilde{v}_l \tilde{m}_l \\ \Delta p_0 + v_1 m_1 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_1 (1 - \sigma) m_2 \end{aligned}$$

ist die neue Geschwindigkeit der Masse im freien Fall:

$$\tilde{v}_1 = [m_1 v_1 + \Delta p_0] / [m_1 + (1 - \sigma) m_2]$$

- **Zusammenfassung:**
  - **Freier Fall: m_1 mit u_1 in t_1, dann v_1 in t_2.**
  - **Kollision: $\tilde{m}_1 = m_1 + m_2$ – Staub, und $\tilde{m}_1 \tilde{v}_1 = m_1 v_1 + \Delta p_0$.**

Das WTC Modell

- **Sei $\Delta p_0 \delta(t - t_2)$ die wirkende Reserve-Befestigungskraft in dem Moment $t = t_2$ der Kollision.**
- **D.h. wenn der Impuls $m_1 v_1$ der fallenden Masse kleiner als Δp_0 ist, gibt es keine weitere Bewegung.**
- **Von Impulserhaltung,**

$$\begin{aligned} \Delta p_0 + v_1 m_1 + v_2 m_2 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_2 \tilde{m}_2 + \Sigma_{l>2} \tilde{v}_l \tilde{m}_l \\ \Delta p_0 + v_1 m_1 &= \tilde{v}_1 \tilde{m}_1 + \tilde{v}_1 (1 - \sigma) m_2 \end{aligned}$$

ist die neue Geschwindigkeit der Masse im freien Fall:

$$\tilde{v}_1 = [m_1 v_1 + \Delta p_0] / [m_1 + (1 - \sigma) m_2]$$

- **Zusammenfassung:**
  - **Freier Fall: m_1 mit u_1 in t_1, dann v_1 in t_2.**
  - **Kollision: $\tilde{m}_1 = m_1 + m_2$ – Staub, und $\tilde{m}_1 \tilde{v}_1 = m_1 v_1 + \Delta p_0$.**

werden iterativ im Code verwendet.

Danke für die Aufmerksamkeit!