1. Es sei K ein Körper. Ein Polynom $f \in K[X]$ vom Grad 2 oder 3 ist genau dann irreduzibel, wenn f nullstellenfrei ist.

2. Es sei R ein faktorieller Integritätsbereich, k sein Quotientkörper, und es sei $f = a_n X^n + \cdots + a_1 X + a_0 \in R[X]$. Ist $a/b \in k$, mit teilerfremden $a \in R$ und $b \in R \setminus \{0\}$, eine Nullstelle von f, so gilt $a | a_0$ und $b | a_n$.

3. Stellen Sie folgende Polynome in $\mathbb{Z}[X]$ als Produkte irreduzibler Polynome dar:

   (a) $2X^4 - 6X^3 + 2X - 6$,

   (b) $3X^5 + 2X^4 - 7X^3 + 2X^2$.

4. Zeigen Sie, dass $X^4 + 2X^3 + X + 1 \in \mathbb{Z}[X]$ irreduzibel ist.

5. Es sei K ein Körper mit $\mathrm{char}(K) \neq 2$. Zeigen Sie, dass das Polynom $Y^2 + X^2 - 1 \in K[X, Y]$ irreduzibel ist.