1. Es sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 3}$. Bestimmen Sie für jedes Element der Diedergruppe D_n seinen Zentralisator. Zeigen Sie: D_n besitzt $\frac{n+3}{2}$ Konjugationsklassen, wenn n ungerade ist, und $\frac{n+6}{2}$ Konjugationsklassen, wenn n gerade ist.

2. Zeigen Sie, dass die Quaterniongruppe Q nicht isomorph zur Diedergruppe D_4 ist.

3. Es sei $d \in \mathbb{Z}$, so dass d kein Quadrat in $\mathbb{Z}$ ist, und es sei
$$\mathbb{Z}[\sqrt{d}] = \{a + b\sqrt{d} |\ a, b \in \mathbb{Z}\}.$$
Zeigen Sie:
   (i) $\mathbb{Z}[\sqrt{d}]$ ist ein Unterring von $\mathbb{Z}$. Als solcher ist er ein Intergritätsbereich.
   (ii) Es gibt einen Homomorphismus $\mathcal{N} : (\mathbb{Z}[\sqrt{d}], \cdot) \to (\mathbb{N}_0, \cdot)$, so dass für alle $a, b \in \mathbb{Z}$ gilt:
$$\mathcal{N}(a + b\sqrt{d}) = |(a + b\sqrt{d})(a - b\sqrt{d}) = |a^2 - db^2|.$$
   (iii) Für alle $x \in \mathbb{Z}[\sqrt{d}]$ ist $\mathcal{N}(x) = 0$ genau dann, wenn $x = 0$.

4. Zeigen Sie, dass der Ring $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$ euklidisch ist.

5*. Zeigen Sie, dass jede Gruppe der Ordnung 2014 isomorph zu einer der folgenden ist
$$\mathbb{Z}_{2014},\ \mathbb{Z}_{53} \times D_{19},\ \mathbb{Z}_{19} \times D_{53},\ D_{1007}$$