1. Stellen Sie folgende Permutationen als Produkte disjunkte Zykeln dar:

   (a) $\pi = (3\ 2)(4\ 3)(1\ 4)$,

   (b) $\rho = (3\ 4\ 1)(1\ 2)$,

   (c) $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)^2$,

   (d) $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$.

   Bestimmen Sie jeweils die Ordnung und das inverse Element.

2. Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $1 \leq k \leq n$. Es sei $\sigma = (a_1\ a_2\ \cdots\ a_k) \in S_n$ ein k-Zykel. Zeigen Sie, dass für alle $\tau \in S_n$ gilt

   $$\tau\sigma\tau^{-1} = (\tau(a_1)\ \tau(a_2)\ \cdots\ \tau(a_k)).$$

   Insbesondere kommutieren disjunkte Zykeln.

3. Es sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass gilt

   $$S_n = \langle\{(1\ k) | 2 \leq k \leq n\}\rangle = \langle\{(k\ k{+}1) | 1 \leq k \leq n{-}1\}\rangle = \langle(1\ 2), (1\ 2\ \cdots\ n)\rangle.$$

   (*Hinweis*: Korollar 1.8 im Skriptum).

4. Zeigen Sie, dass

   $$V = \{(), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$$

   ein Normalteiler von S_4 ist. Schließen Sie: es gibt einen Normalteiler N von V, so dass N kein Normalteiler von S_4 ist.