



# Tag der offenen Tür

Stephen Keeling

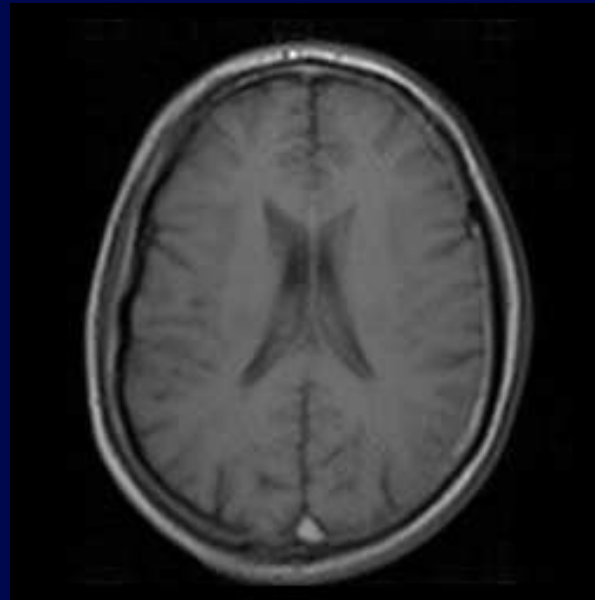
Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

## Tag der offenen Tür

Stephen Keeling

Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

Forschungsbereich: Medizinische Bildverarbeitung



<http://math.uni-graz.at/keeling/research.html>

# Lösungsansätze nach Installation eines fehlerhaften Erdwärmesystems

Stephen Keeling

Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

# Lösungsansätze nach Installation eines fehlerhaften Erdwärmesystems

Stephen Keeling

Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

- Differentialgleichungen, Wintersemester 2006/07

# Lösungsansätze nach Installation eines fehlerhaften Erdwärmesystems

Stephen Keeling

Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

- Differentialgleichungen, Wintersemester 2006/07
- Modellierungswoche, Januar 2007

# Lösungsansätze nach Installation eines fehlerhaften Erdwärmesystems

Stephen Keeling

Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

- Differentialgleichungen, Wintersemester 2006/07
- Modellierungswoche, Januar 2007
- Modellierungsworkshop, Januar 2007

# Lösungsansätze nach Installation eines fehlerhaften Erdwärmesystems

Stephen Keeling

Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen

- Differentialgleichungen, Wintersemester 2006/07
- Modellierungswoche, Januar 2007
- Modellierungsworkshop, Januar 2007
- Quantitative Systemwissenschaften für  
Umweltsystemwissenschaften, Sommersemester 2007

## Ein sehr aktuelles Thema: Energie

### Konventionelle Heizungen:

- Fernwärme
- Öl
- Erdgas



## Ein sehr aktuelles Thema: Energie

### Konventionelle Heizungen:

- Fernwärme
- Öl
- Erdgas

### Alternative Heizungen:

- Biomasse: Kachelofen, Hackschnitzel, Holzpellets
- Solarenergie: Südrichtung, Solaranlagen
- Erdwärme: Tiefenbohrung, Flachkollektoren

## Ein sehr aktuelles Thema: Energie

### Konventionelle Heizungen:

- Fernwärme
- Öl
- Erdgas

### Alternative Heizungen:

- Biomasse: Kachelofen, Hackschnitzel, Holzpellets
- Solarenergie: Südrichtung, Solaranlagen
- Erdwärme: Tiefenbohrung, Flachkollektoren

Kann nicht von *Jedermann* installiert werden!

# Die Problemstellung

Das Edwärmesystem ist von:

- einer internationalen Baufirma

## Die Problemstellung

Das Edwärmesystem ist von:

- einer internationalen Baufirma
- mit Material von einer internationalen Erdwärmefirma installiert worden.

## Die Problemstellung

Das Edwärmesystem ist von:

- einer internationalen Baufirma
- mit Material von einer internationalen Erdwärmefirma installiert worden.

Ablauf:

- Schwierigkeiten mit dem System sind aufgetreten,

## Die Problemstellung

Das Edwärmesystem ist von:

- einer internationalen Baufirma
- mit Material von einer internationalen Erdwärmefirma installiert worden.

Ablauf:

- Schwierigkeiten mit dem System sind aufgetreten,
- Techniker haben schrittweise aktuellste Erklärung gegeben.

# Die Problemstellung

Das Edwärmesystem ist von:

- einer internationalen Baufirma
- mit Material von einer internationalen Erdwärmefirma installiert worden.

Ablauf:

- Schwierigkeiten mit dem System sind aufgetreten,
- Techniker haben schrittweise aktuellste Erklärung gegeben.

An Hand der Information von den Firmen:

- Modellierung und Fehlersuche des Systems,

## Die Problemstellung

Das Edwärmesystem ist von:

- einer internationalen Baufirma
- mit Material von einer internationalen Erdwärmefirma installiert worden.

Ablauf:

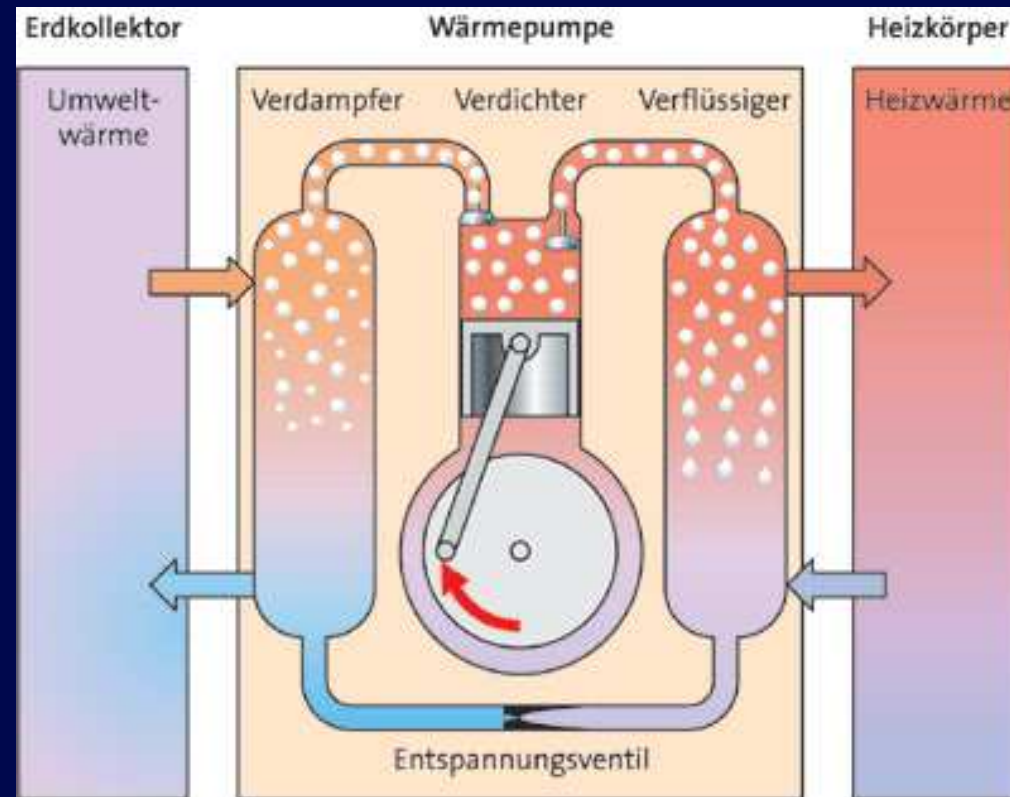
- Schwierigkeiten mit dem System sind aufgetreten,
- Techniker haben schrittweise aktuellste Erklärung gegeben.

An Hand der Information von den Firmen:

- Modellierung und Fehlersuche des Systems,
- entscheiden als Konsument, was soll getan werden?

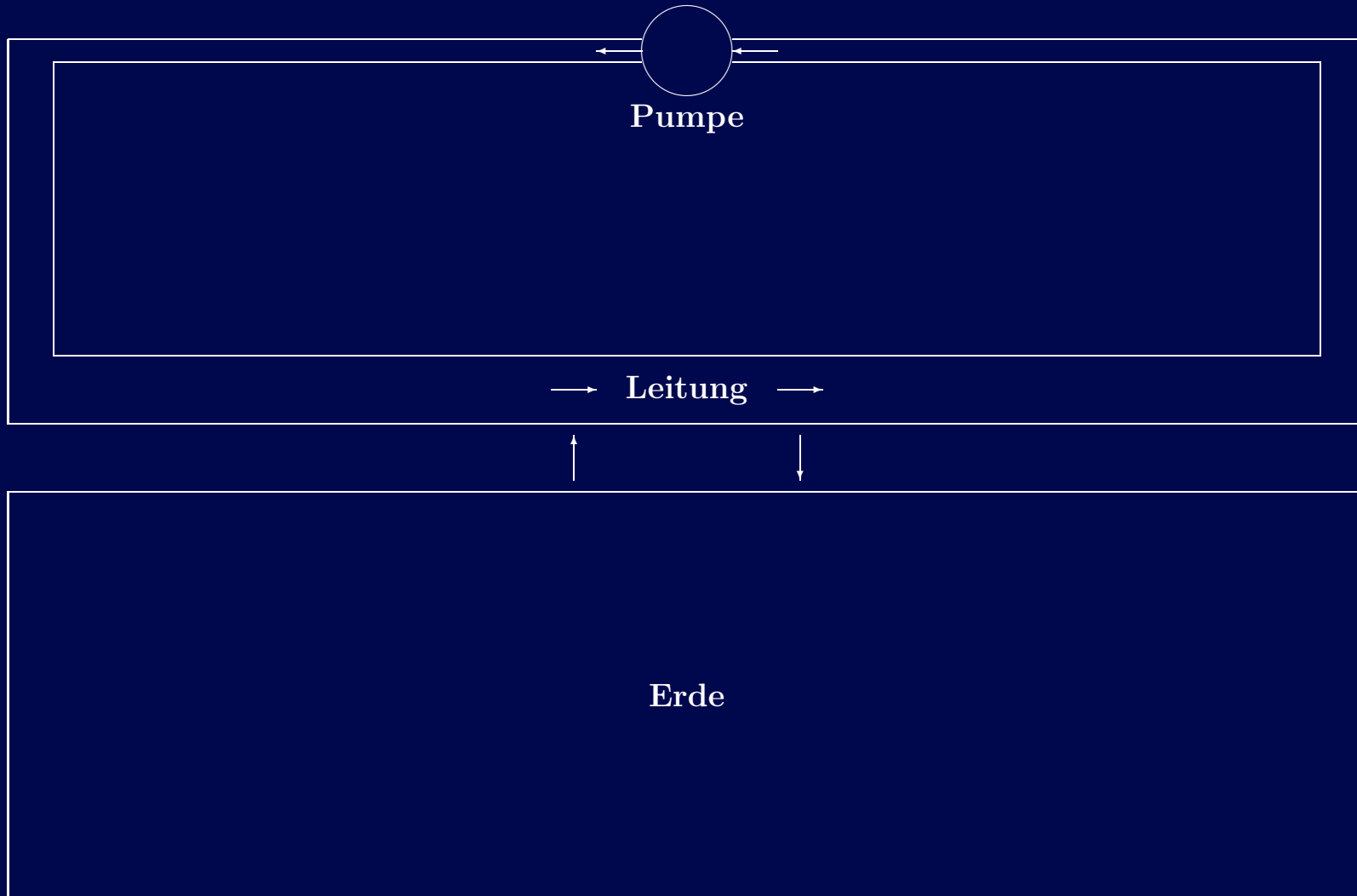


# Wie funktioniert eine Erdwärmeheizung?

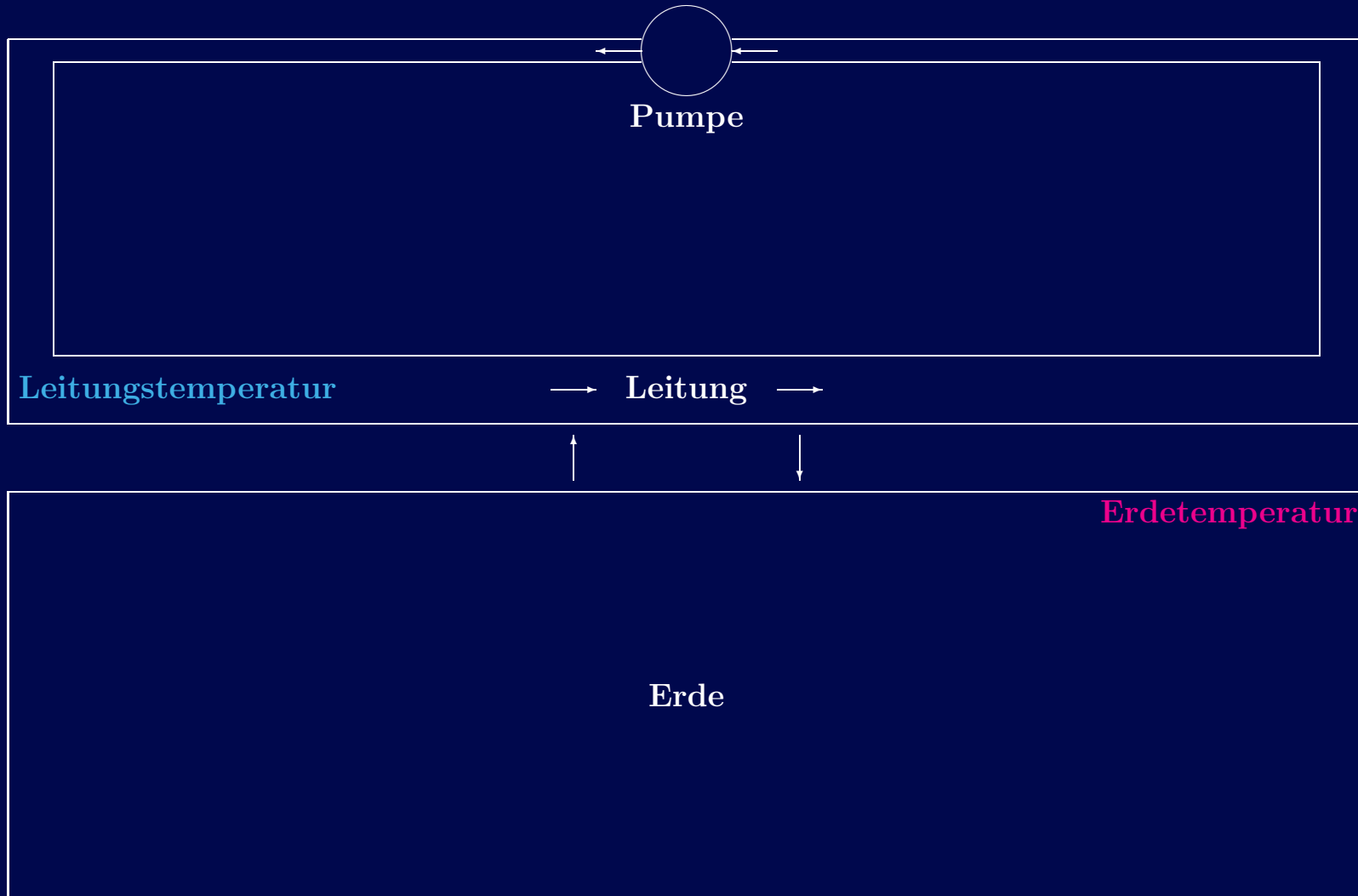


# Grundlagen der Modellierung: Wärmetransport

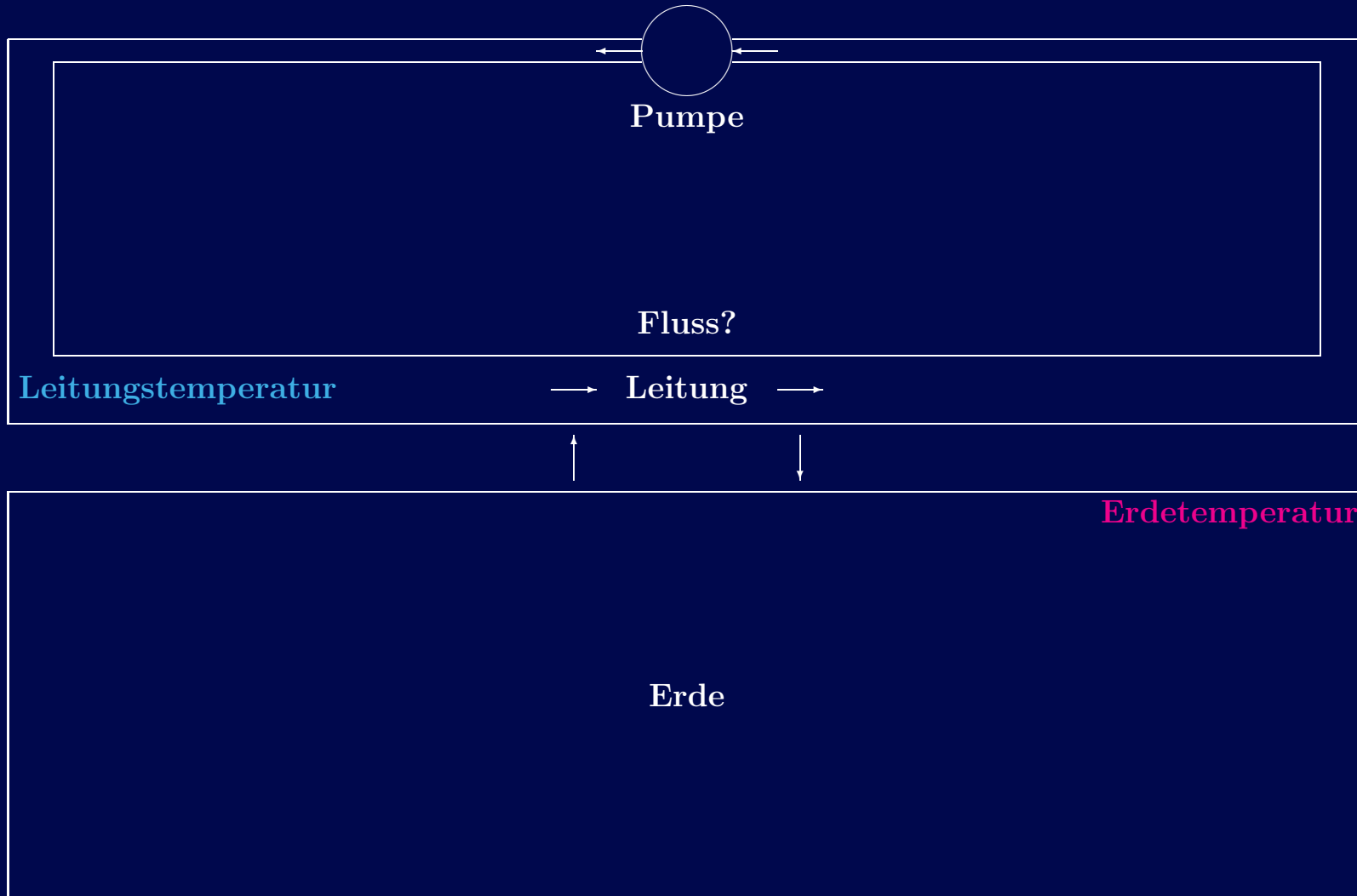
# Grundlagen der Modellierung: Wärmetransport



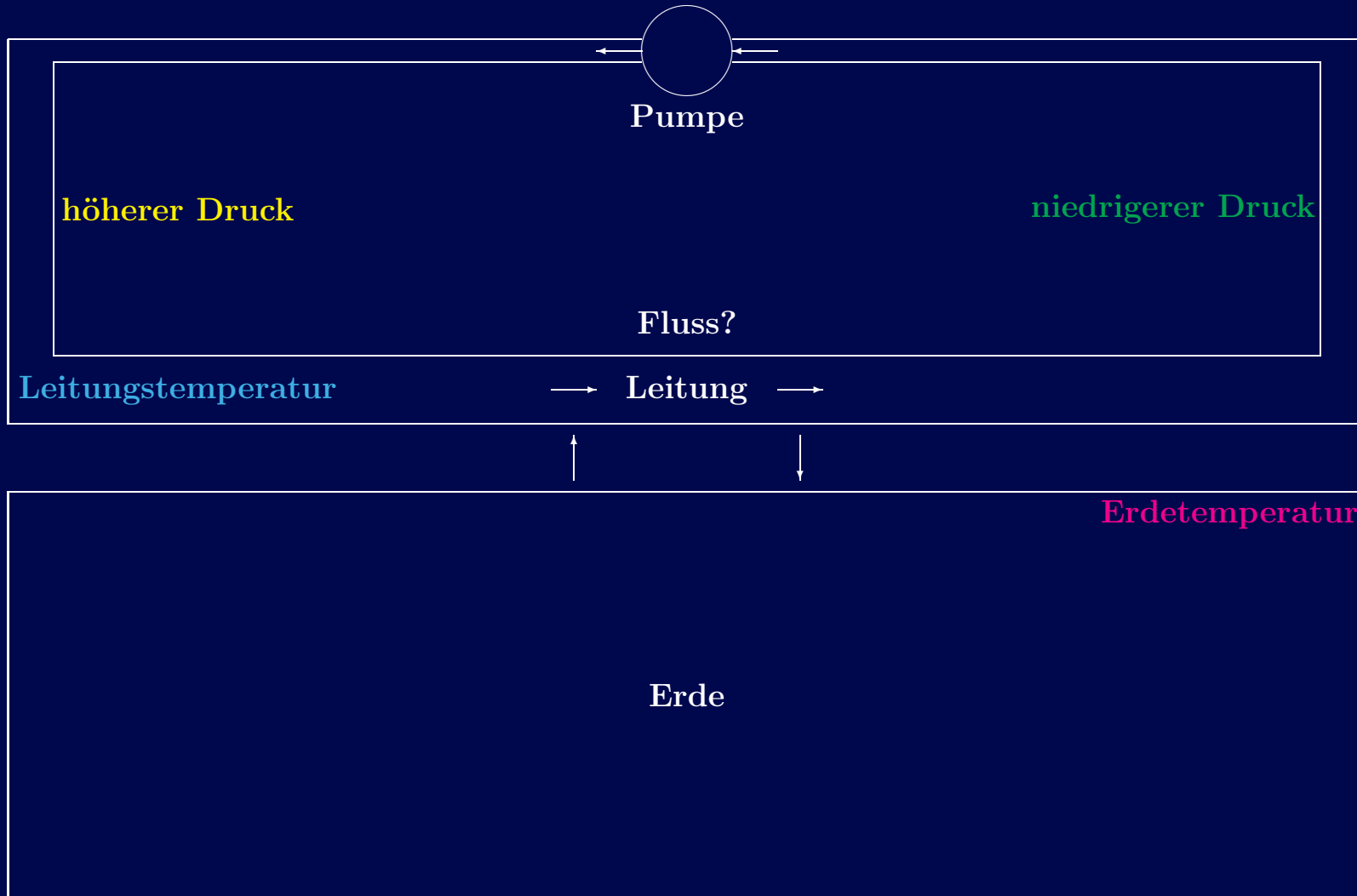
# Grundlagen der Modellierung: Wärmetransport



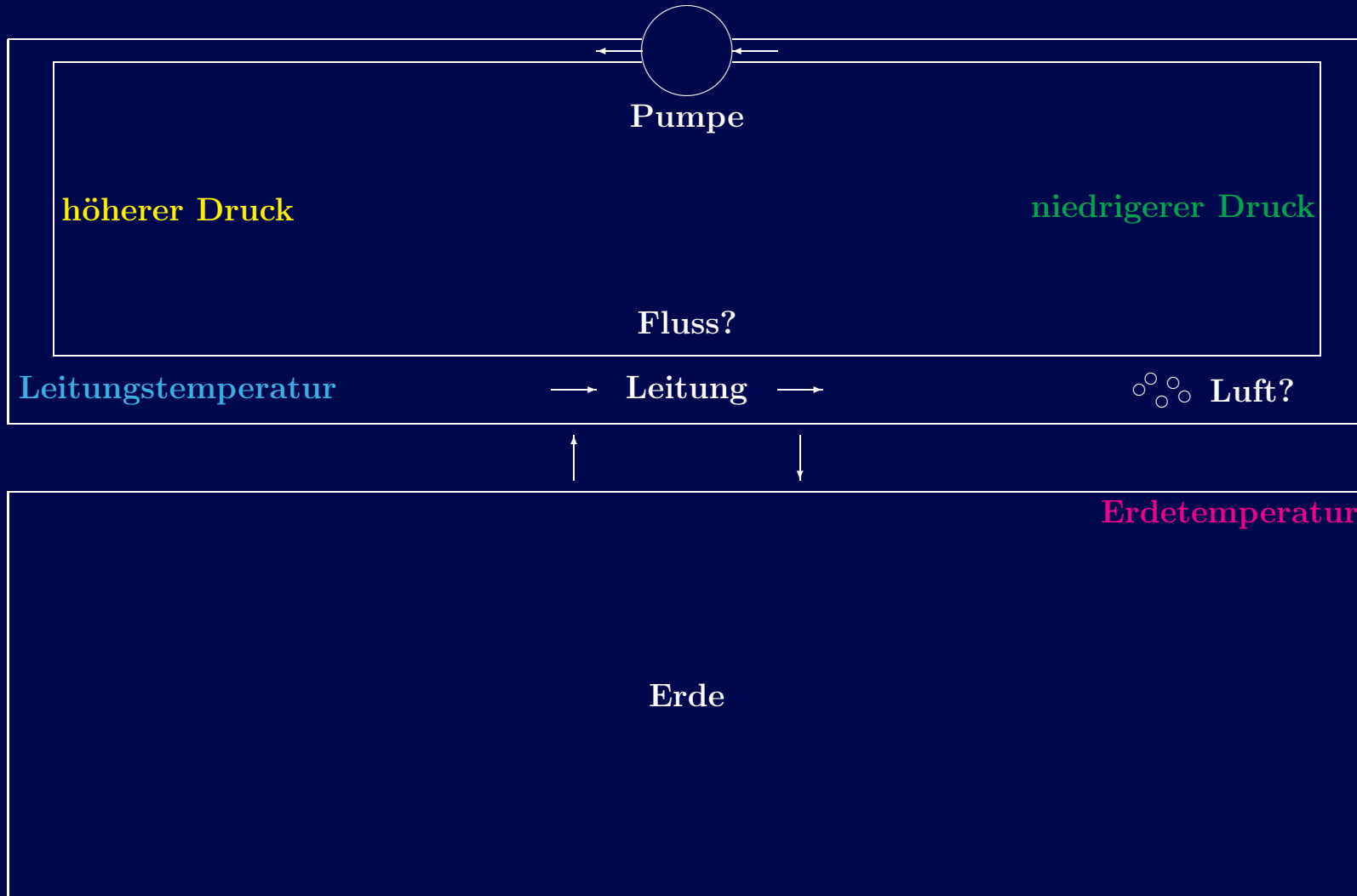
# Grundlagen der Modellierung: Wärmetransport



# Grundlagen der Modellierung: Wärmetransport



# Grundlagen der Modellierung: Wärmetransport



## Einige Grundfragen

- Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?



## Einige Grundfragen

- Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?

Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?

## Einige Grundfragen

- Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?  
Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?
- Ist der Widerstand niedriger (*oder Fluss höher,  $\Delta P = F \cdot W$* ), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit:  $1 \times 600\text{m}$ ,  $3 \times 200\text{m}$  oder  $6 \times 100\text{m}$ ?

## Einige Grundfragen

- Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?

Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?

- Ist der Widerstand niedriger (*oder Fluss höher,  $\Delta P = F \cdot W$* ), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit:  $1 \times 600\text{m}$ ,  $3 \times 200\text{m}$  oder  $6 \times 100\text{m}$ ?

Ohne Mathematik: Sie fahren durch Graz mit einem offenen Lastwagen, um Güter zu sammeln. Fahren Sie schneller (sammeln Sie mehr pro Zeiteinheit) mit: 1 6km Strasse, 3 2km Strassen oder 6 1km Strassen?

## Einige Grundfragen

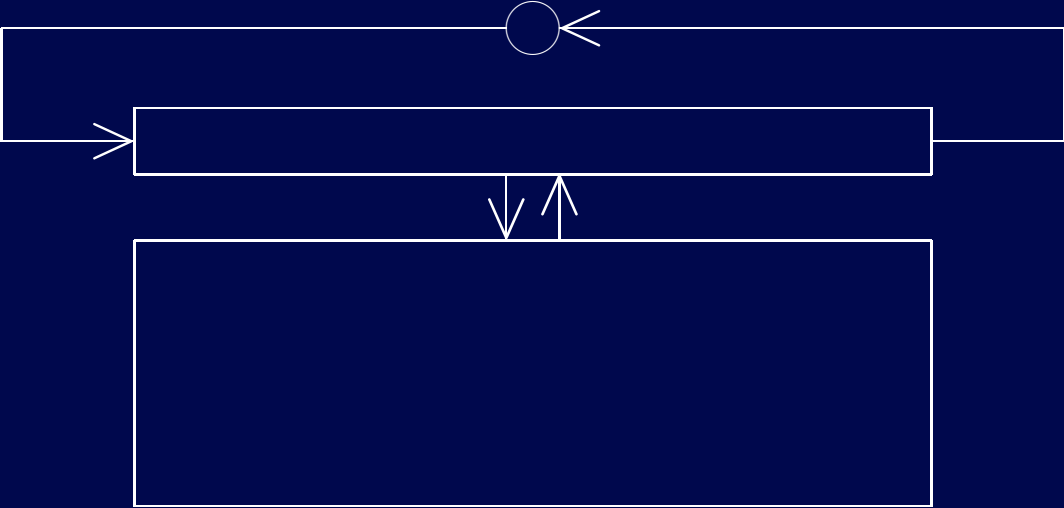
- Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?  
Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?
- Ist der Widerstand niedriger (*oder Fluss höher,  $\Delta P = F \cdot W$* ), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit:  $1 \times 600\text{m}$ ,  $3 \times 200\text{m}$  oder  $6 \times 100\text{m}$ ?  
Ohne Mathematik: Sie fahren durch Graz mit einem offenen Lastwagen, um Güter zu sammeln. Fahren Sie schneller (sammeln Sie mehr pro Zeiteinheit) mit: 1 6km Strasse, 3 2km Strassen oder 6 1km Strassen?
- Wie entstehen Druckschwankungen trotz eines konstanten Wärmepumpendrucks?

## Einige Grundfragen

- Ist der Wärmetransport (*Wärme pro Zeiteinheit*) höher, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?  
Ohne Mathematik: Eiskaltes Wasser strömt aus dem Duschkopf. Hält die Körperwärme länger aus, wenn der Fluss höher oder niedriger ist?
- Ist der Widerstand niedriger (*oder Fluss höher,  $\Delta P = F \cdot W$* ), wenn die Erdkollektoren konfiguriert sind mit:  $1 \times 600\text{m}$ ,  $3 \times 200\text{m}$  oder  $6 \times 100\text{m}$ ?  
Ohne Mathematik: Sie fahren durch Graz mit einem offenen Lastwagen, um Güter zu sammeln. Fahren Sie schneller (sammeln Sie mehr pro Zeiteinheit) mit: 1 6km Strasse, 3 2km Strassen oder 6 1km Strassen?
- Wie entstehen Druckschwankungen trotz eines konstanten Wärmepumpendrucks?  
Zu Beachten: Die Flüssigkeit (im Gegensatz zu Luft) ist nicht komprimierbar, und die Erdkollektoren (im Gegensatz zu Gefäßen) sind nicht nachgiebig.

# Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →

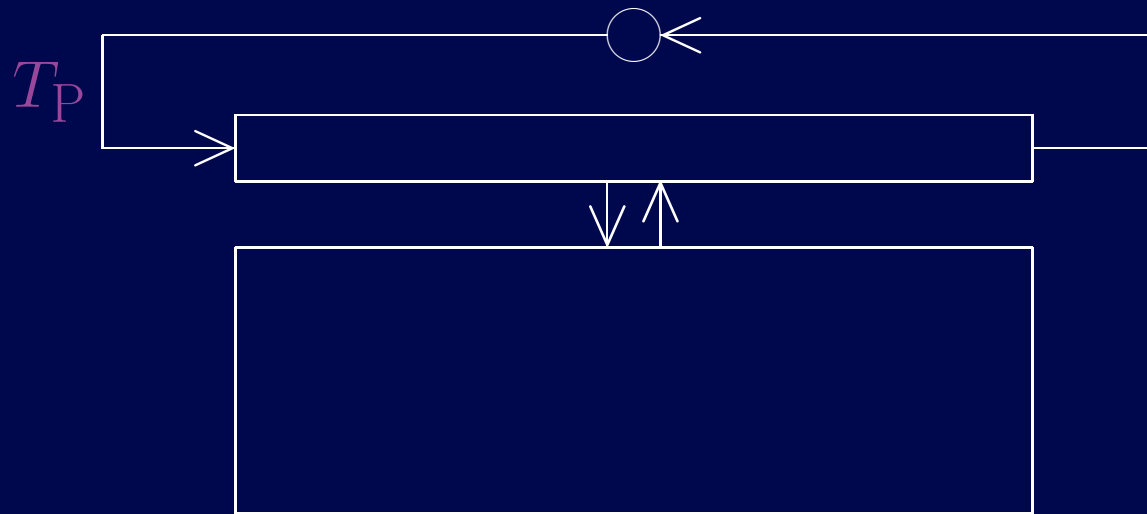


← Leitung

← Erde

# Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →

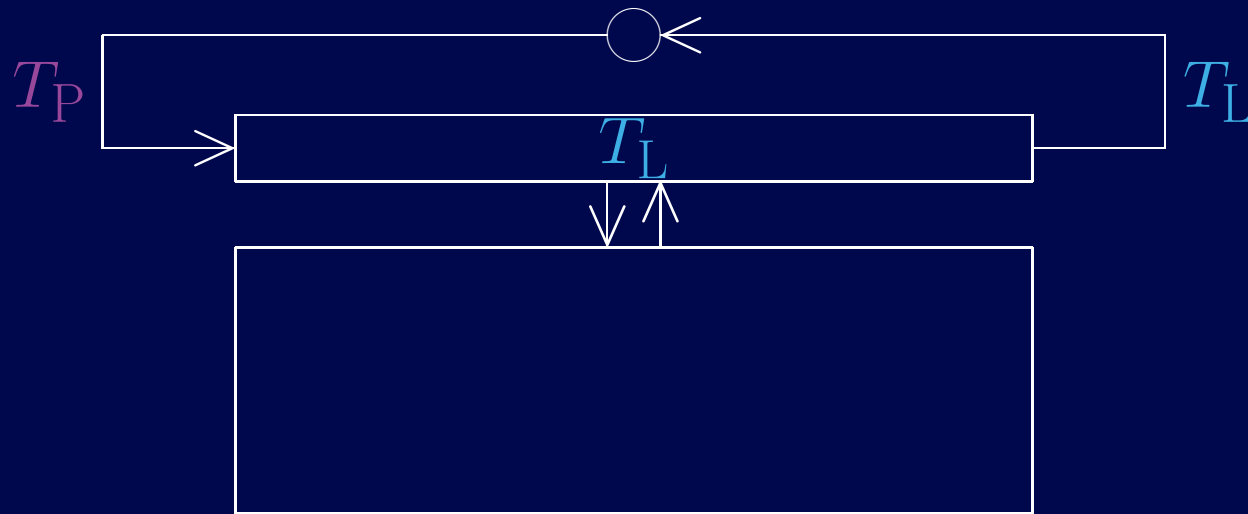


← Leitung

← Erde

# Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



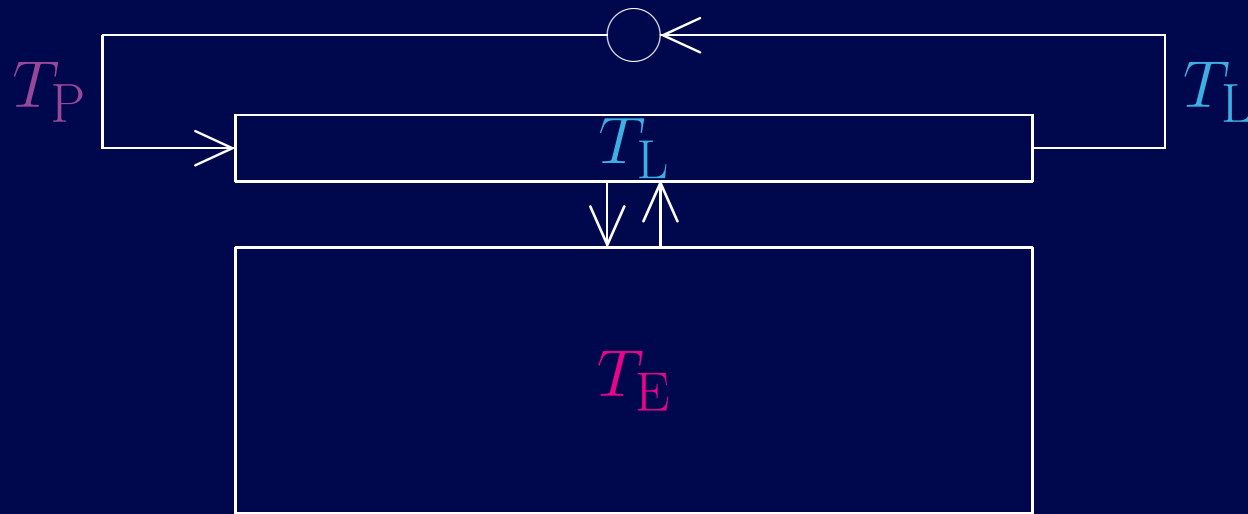
← Leitung

← Erde



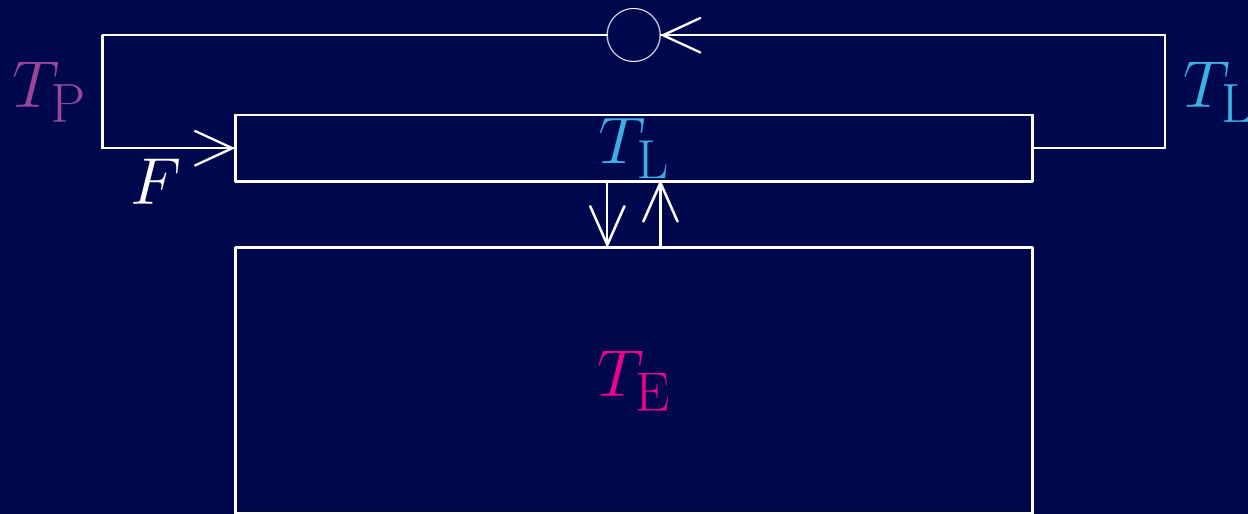
# Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



# Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →

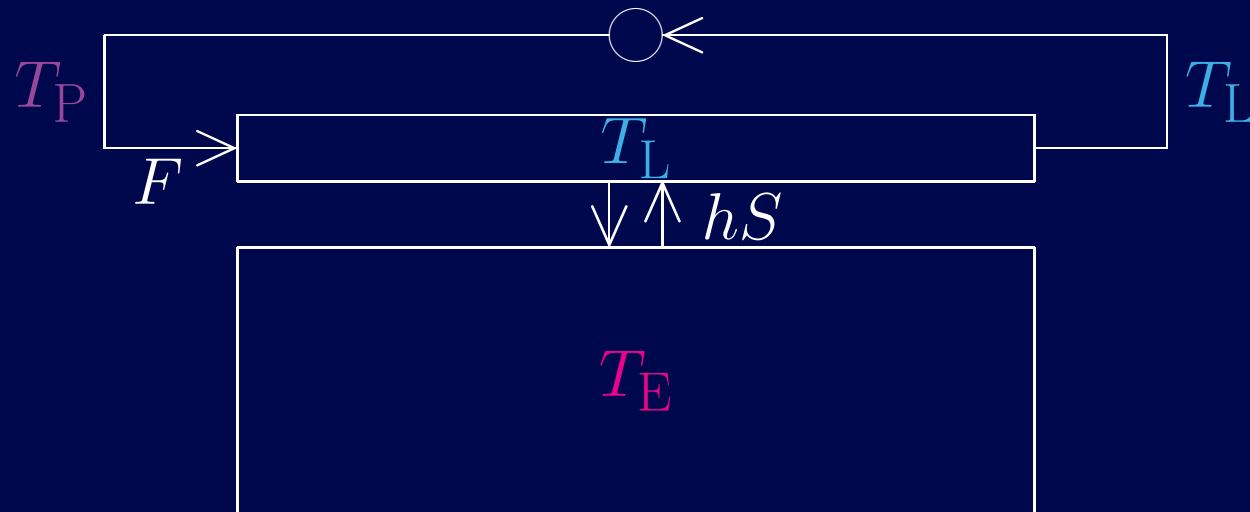


← Leitung

← Erde

# Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



← Leitung

← Erde

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Einfachster Fall: Fluss  $F = 0$ , Newtonsches Kühlungsgesetz ist

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Einfachster Fall: Fluss  $F = 0$ , Newtonsches Kühlungsgesetz ist

$$E'_L = hS(T_E - T_L)$$

$$E'_E = hS(T_L - T_E)$$

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Einfachster Fall: Fluss  $F = 0$ , Newtonsches Kühlungsgesetz ist

$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L)$$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E)$$

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Einfachster Fall: Fluss  $F = 0$ , Newtonsches Kühlungsgesetz ist

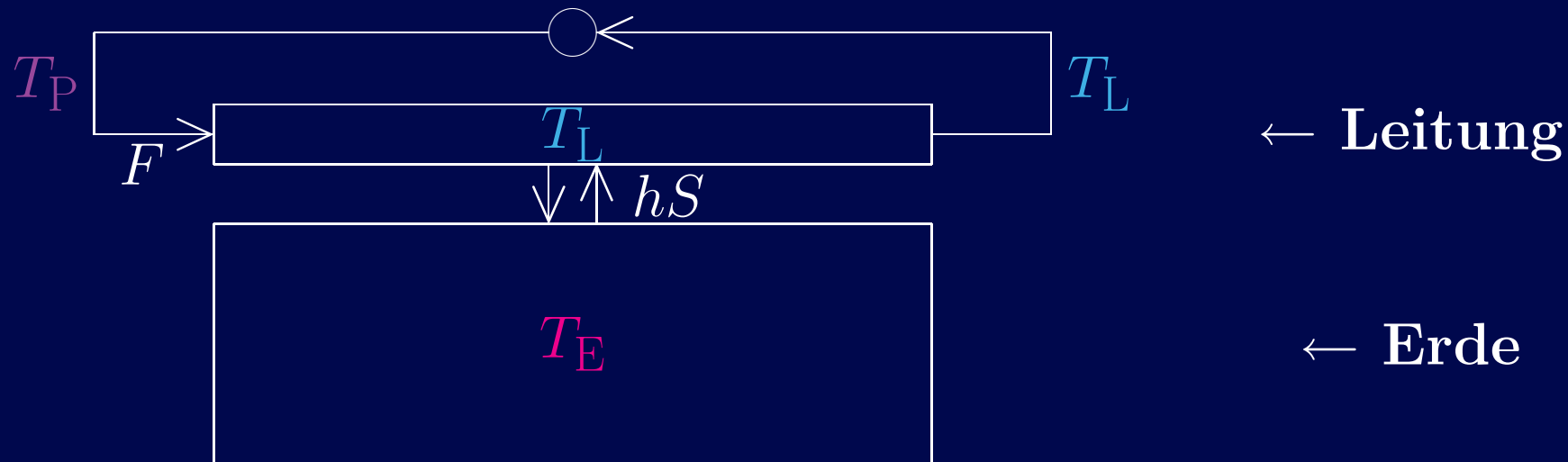
$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L)$$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E)$$

Ergebnis:  $T_L, T_E \rightarrow T_\infty$  zwischen  $T_L$  und  $T_E$ .

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Vollständiger Fall: Fluss  $F > 0$ , Energiebilanz ist

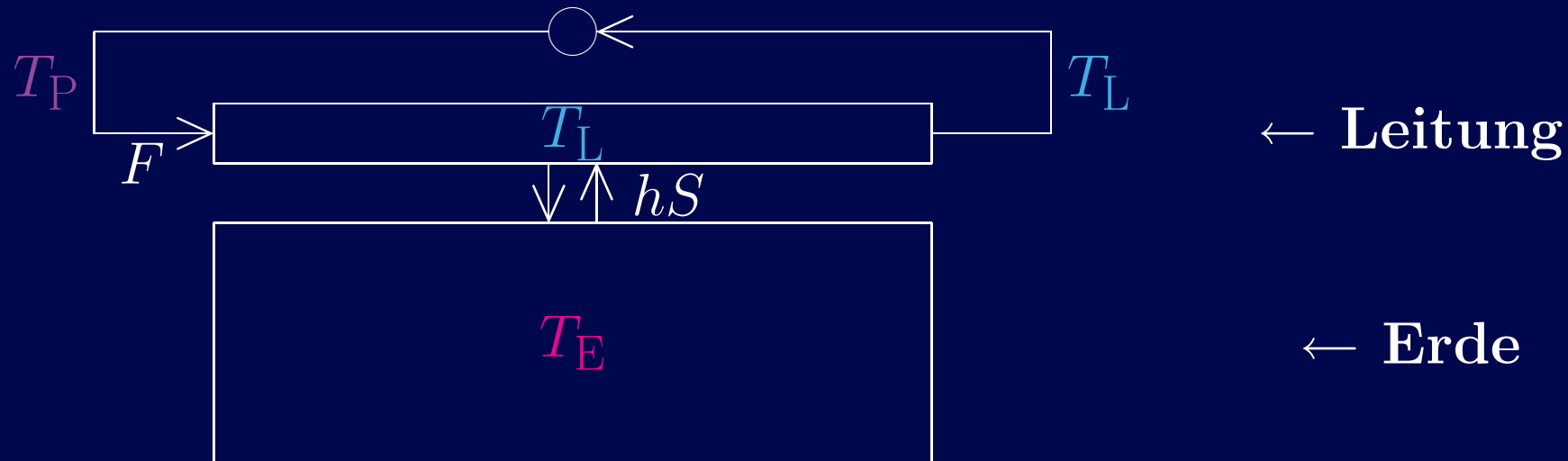
$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L) + \rho_L c_L F(T_P - T_L)$$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E)$$



## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Vollständiger Fall: Fluss  $F > 0$ , Energiebilanz ist

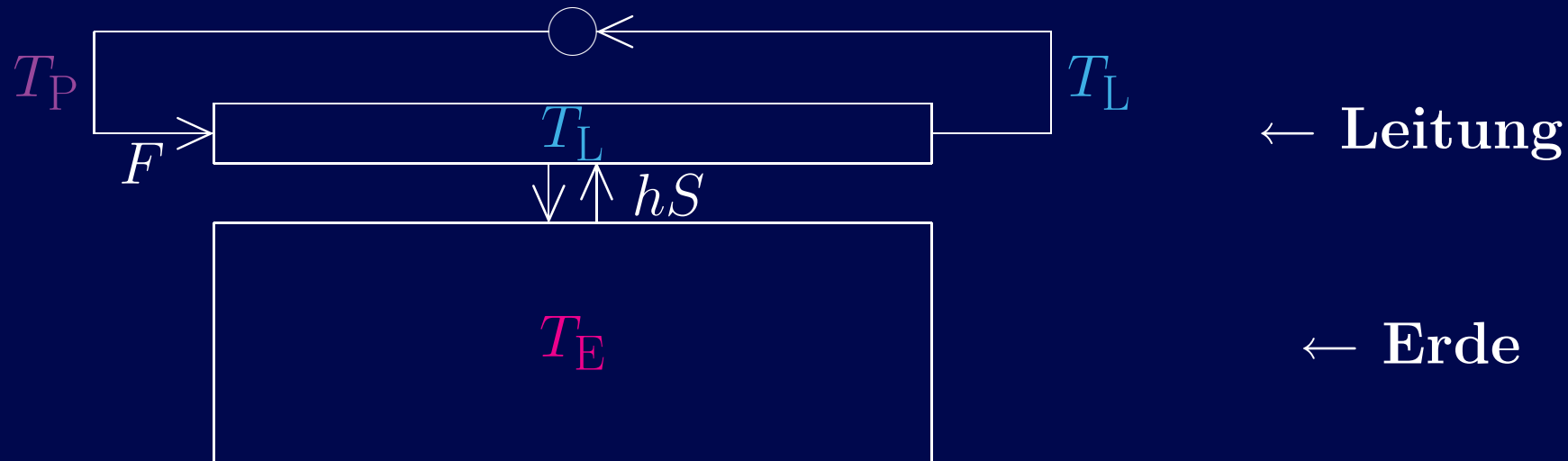
$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L) + \rho_L c_L F(T_P - T_L)$$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E)$$

Ergebnis:  $T_L, T_E \rightarrow T_P$  letztendlich.

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Extremer Fall: Fluss  $F \rightarrow \infty$ , Energiebilanz wird

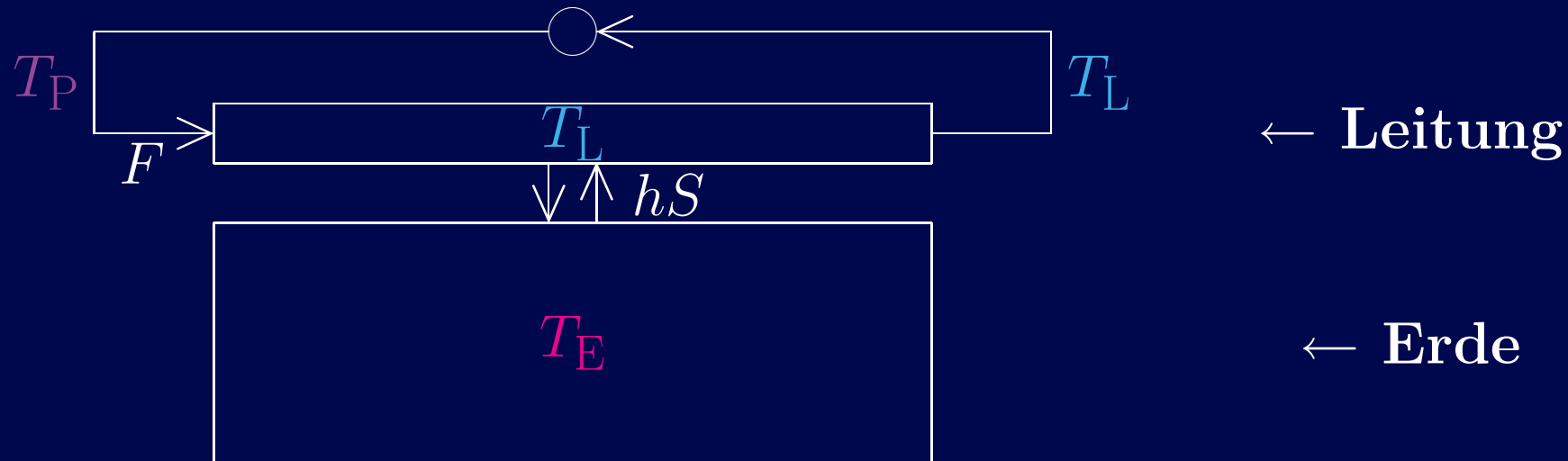
$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L) + \rho_L c_L F(T_P - T_L)$$

$(\rightarrow \infty)$ 
 $(\rightarrow 0)$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E)$$

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



Extremer Fall: Fluss  $F \rightarrow \infty$ , Energiebilanz wird

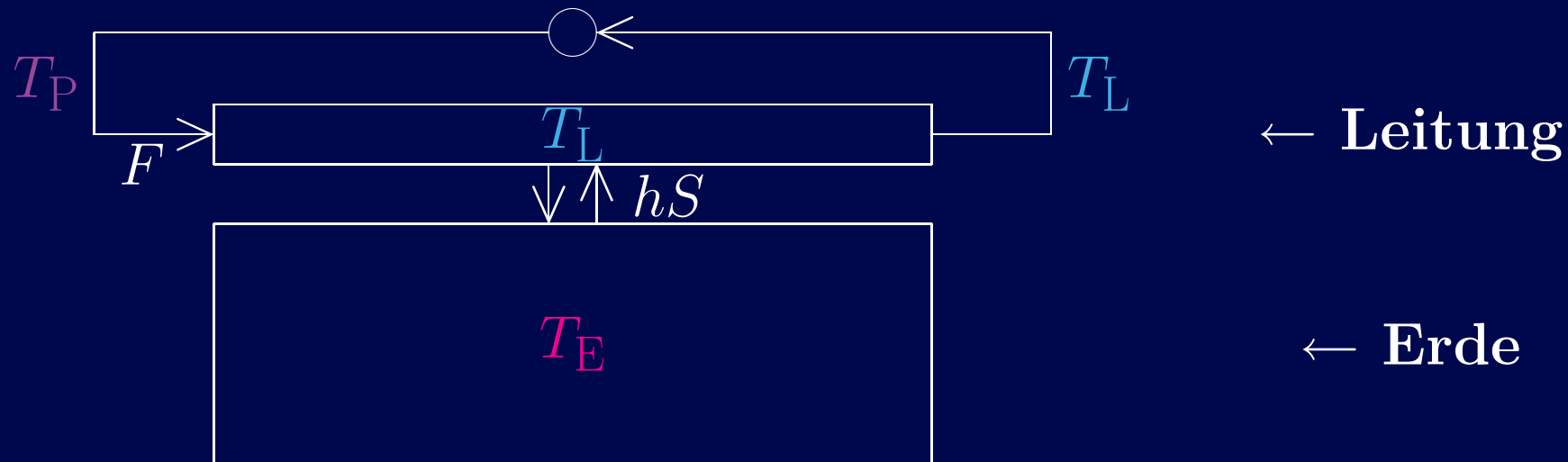
$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L) + \rho_L c_L F(T_P - T_L)$$

$(\rightarrow \infty)$        $(\rightarrow 0)$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E) \rightarrow hS(T_P - T_E)$$

## Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Pumpe →



**Extremer Fall: Fluss  $F \rightarrow \infty$ , Energiebilanz wird**

$$\rho_L c_L V_L T'_L = E'_L = hS(T_E - T_L) + \rho_L c_L F(T_P - T_L)$$

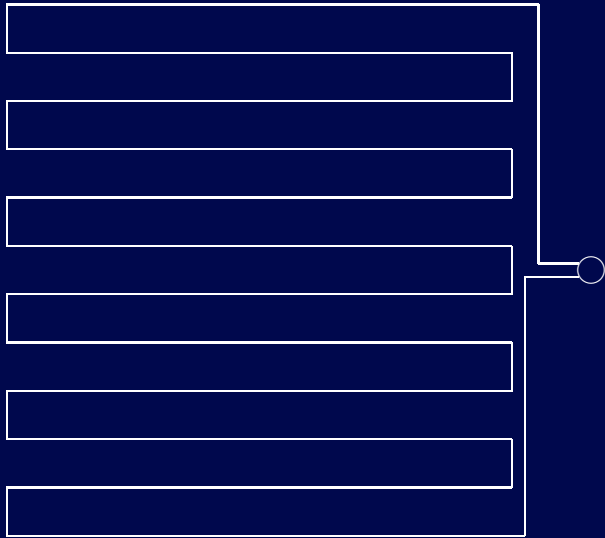
$(\rightarrow \infty)$ 
 $(\rightarrow 0)$

$$\rho_E c_E V_E T'_E = E'_E = hS(T_L - T_E) \rightarrow hS(T_P - T_E)$$

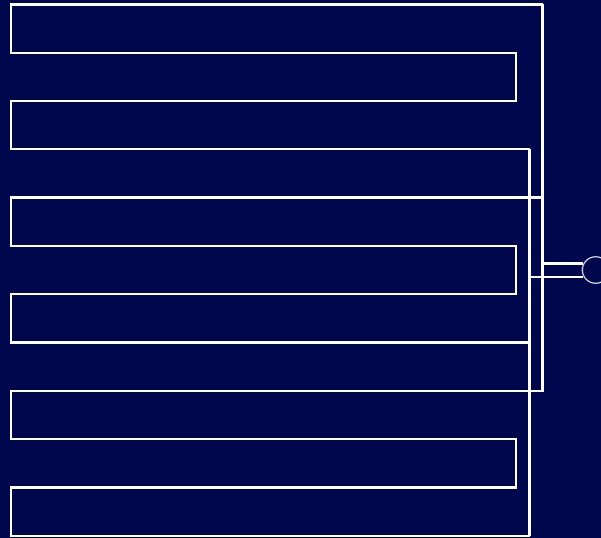
**Ergebnis:  $T_E \rightarrow T_P = T_L$  am schnellsten und Transport  $E'_E = \max$ .**

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren

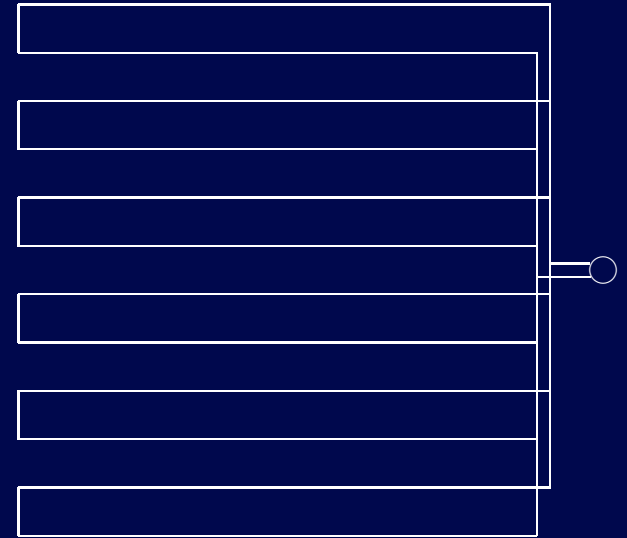
1 × 600m



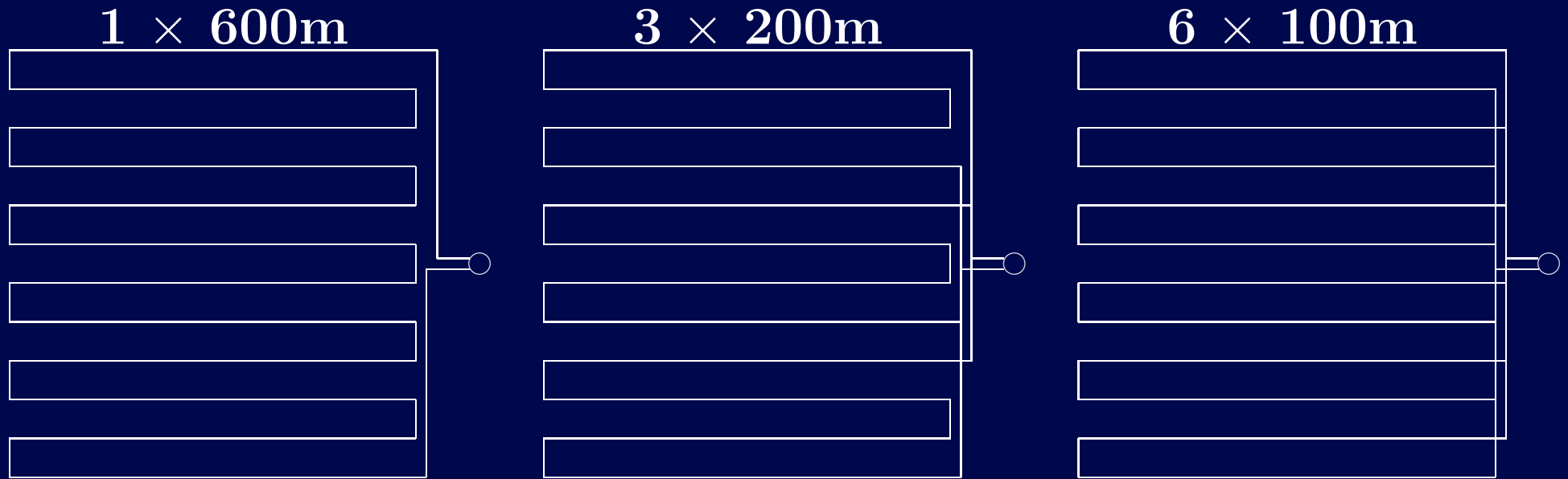
3 × 200m



6 × 100m

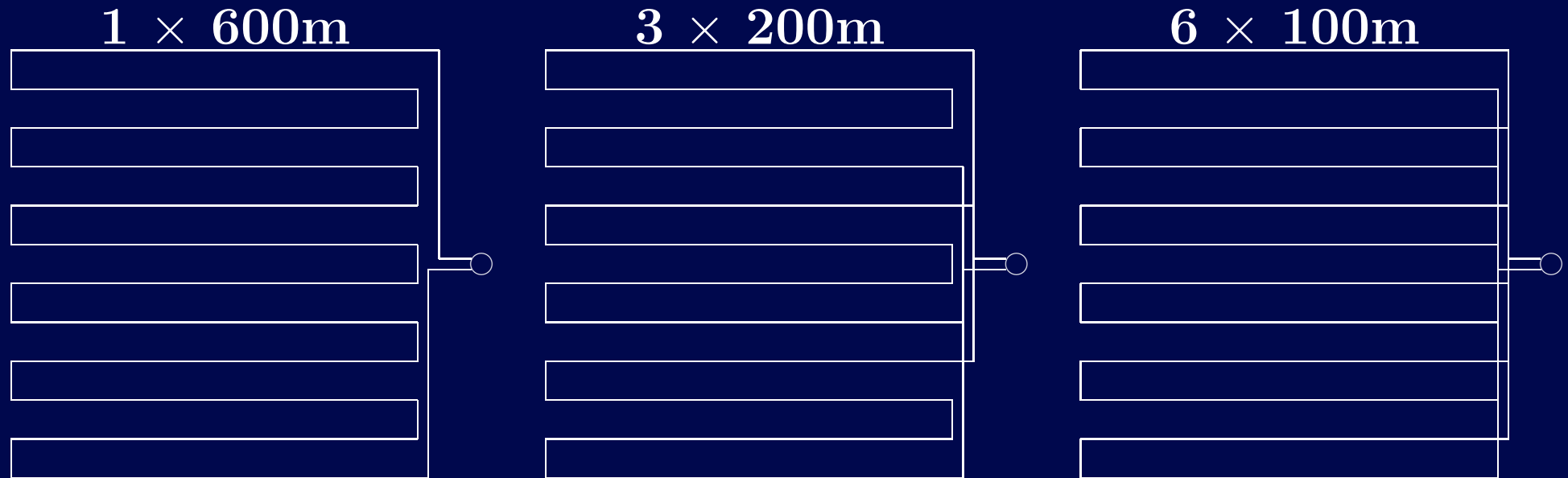


# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz:  $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$ .

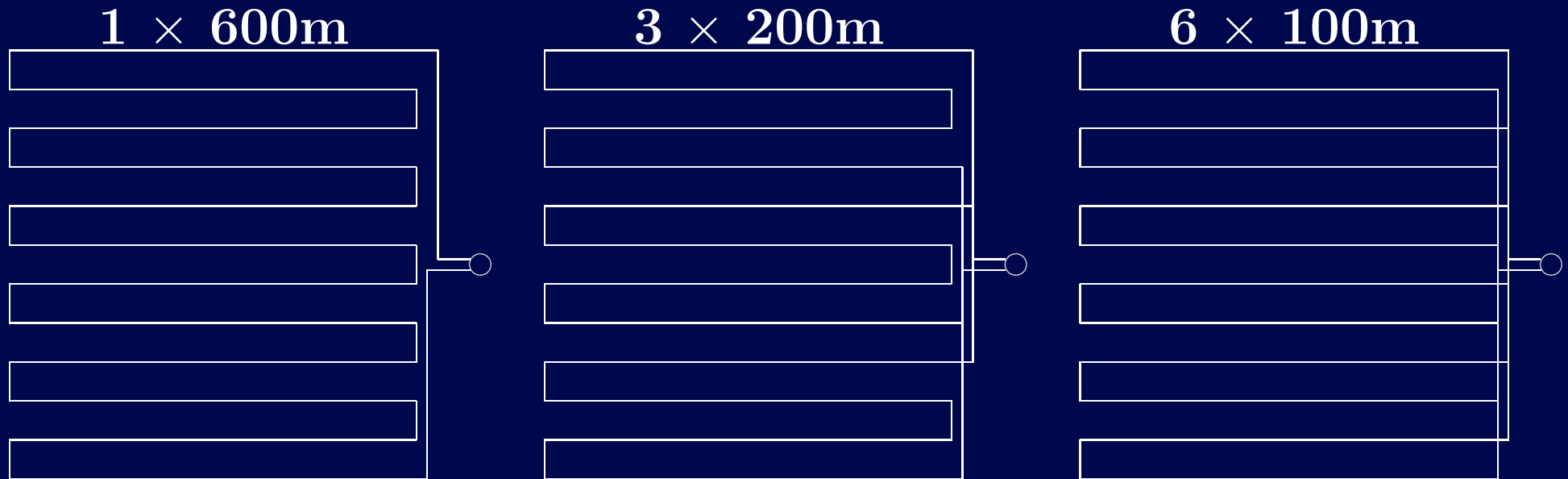
# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz:  $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$ .

Das Kirchhoffsche Gesetz:  $F_n = f_1 + f_2 + \dots + f_n$ .

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz:  $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$ .

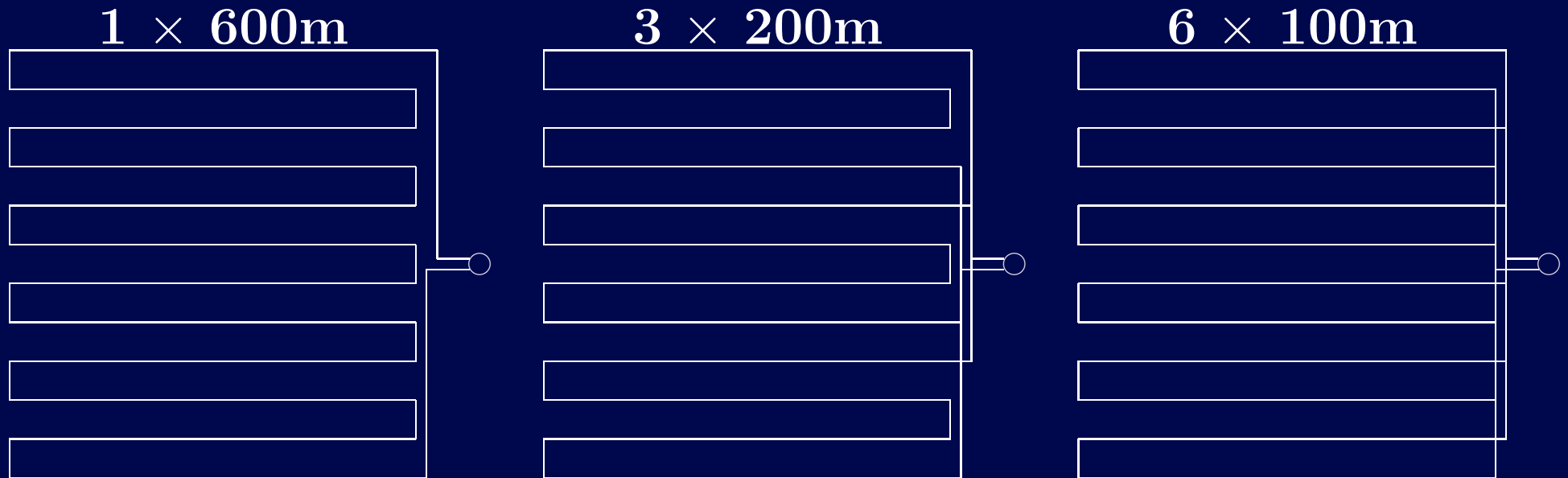
Das Kirchhoffsche Gesetz:  $F_n = f_1 + f_2 + \dots + f_n$ .

Folglich:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \dots + \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \dots + \frac{1}{w_n}$$



# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz:  $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$ .

Das Kirchhoffsche Gesetz:  $F_n = f_1 + f_2 + \dots + f_n$ .

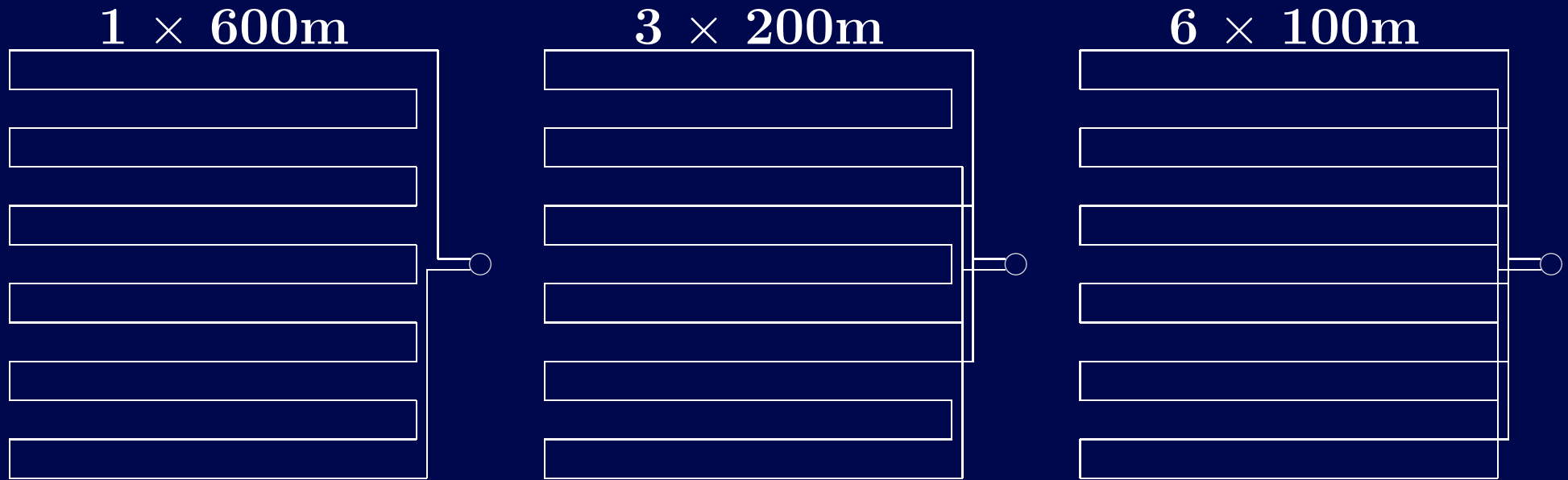
Folglich:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \dots + \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \dots + \frac{1}{w_n}$$

Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren,  $w_1 = W_1/n$  und:

$$\frac{1}{W_n} = n \times \frac{1}{W_1/n}$$

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz:  $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$ .

Das Kirchhoffsche Gesetz:  $F_n = f_1 + f_2 + \dots + f_n$ .

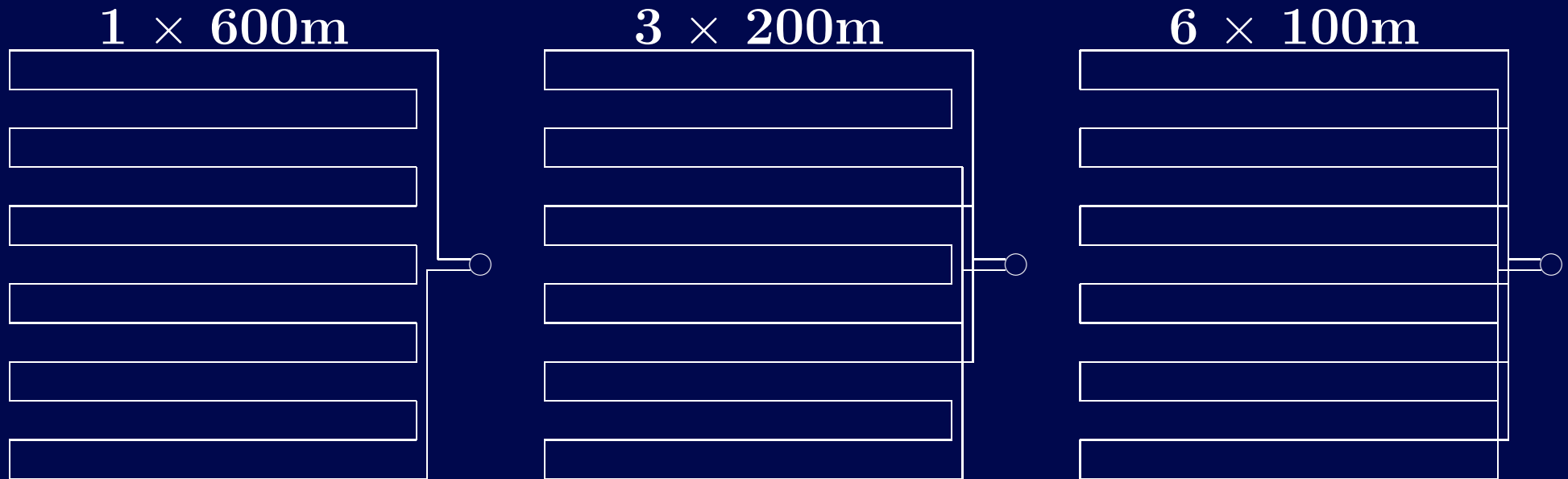
Folglich:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \dots + \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \dots + \frac{1}{w_n}$$

Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren,  $w_1 = W_1/n$  und:

$$\frac{1}{W_n} = n \times \frac{1}{W_1/n} \quad \Rightarrow \quad W_n = \frac{W_1}{n^2},$$

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Das Ohmsche Gesetz:  $\Delta P = F_n \cdot W_n = f_i \cdot w_i$ .

Das Kirchhoffsche Gesetz:  $F_n = f_1 + f_2 + \dots + f_n$ .

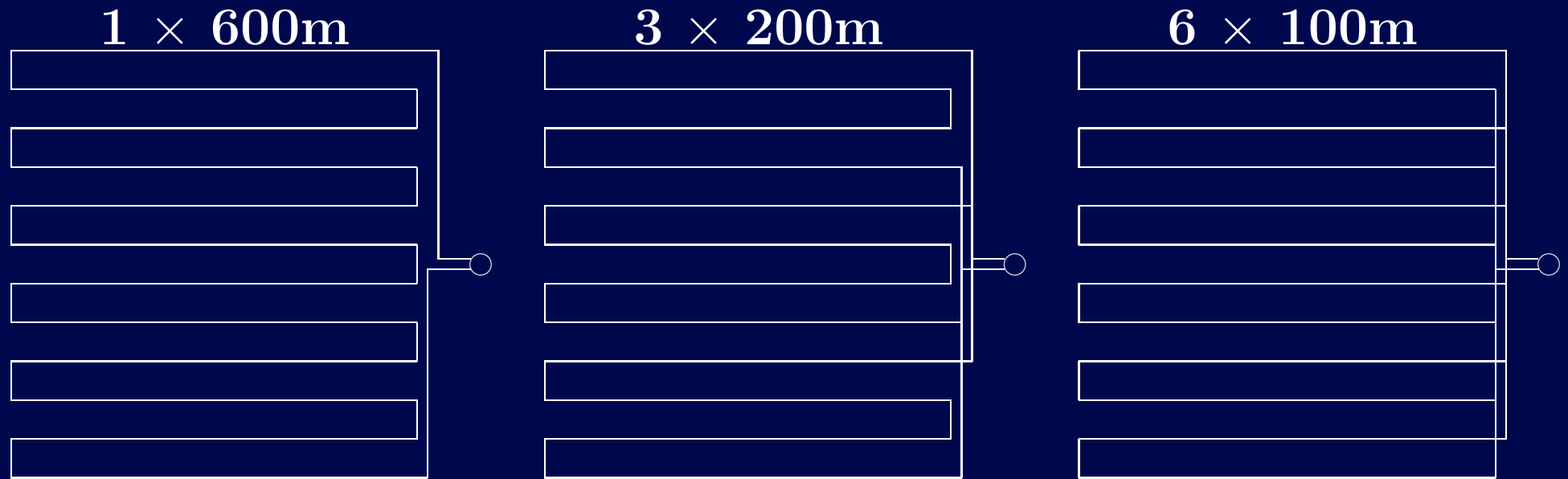
Folglich:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{F_n}{\Delta P} = \frac{f_1}{\Delta P} + \frac{f_2}{\Delta P} + \dots + \frac{f_n}{\Delta P} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \dots + \frac{1}{w_n}$$

Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren,  $w_1 = W_1/n$  und:

$$\frac{1}{W_n} = n \times \frac{1}{W_1/n} \quad \Rightarrow \quad W_n = \frac{W_1}{n^2}, \quad F_n = \frac{\Delta P}{W_n} = \frac{n^2 \Delta P}{W_1} = n^2 F_1$$

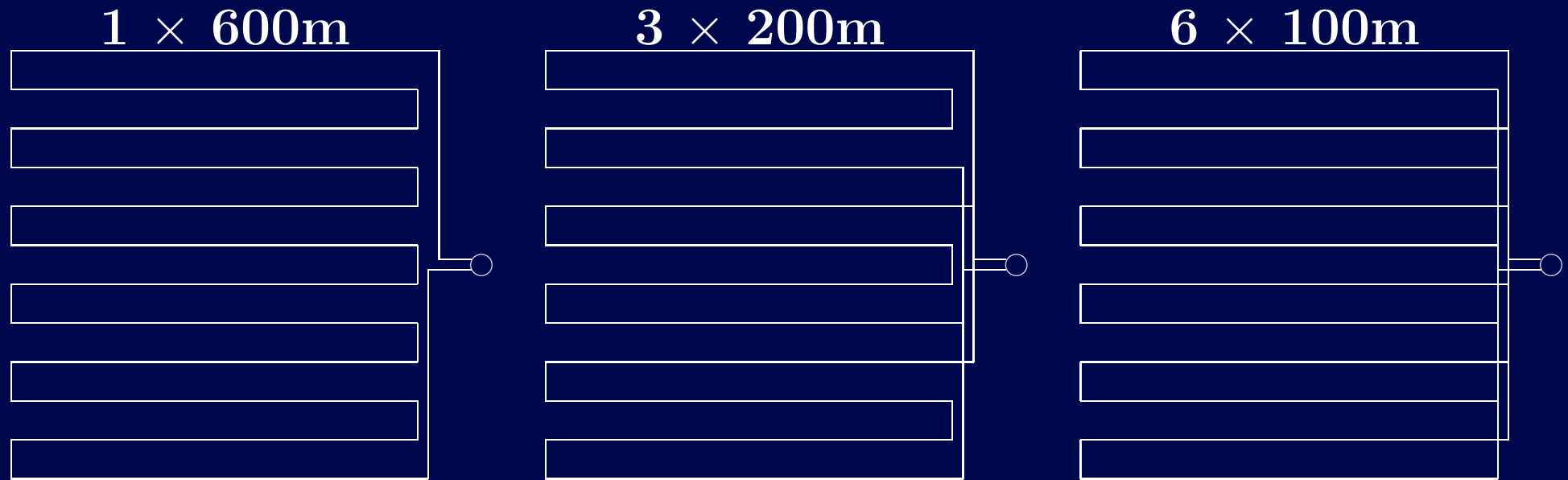
# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren:

$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \quad F_n = n^2 F_1$$

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren:

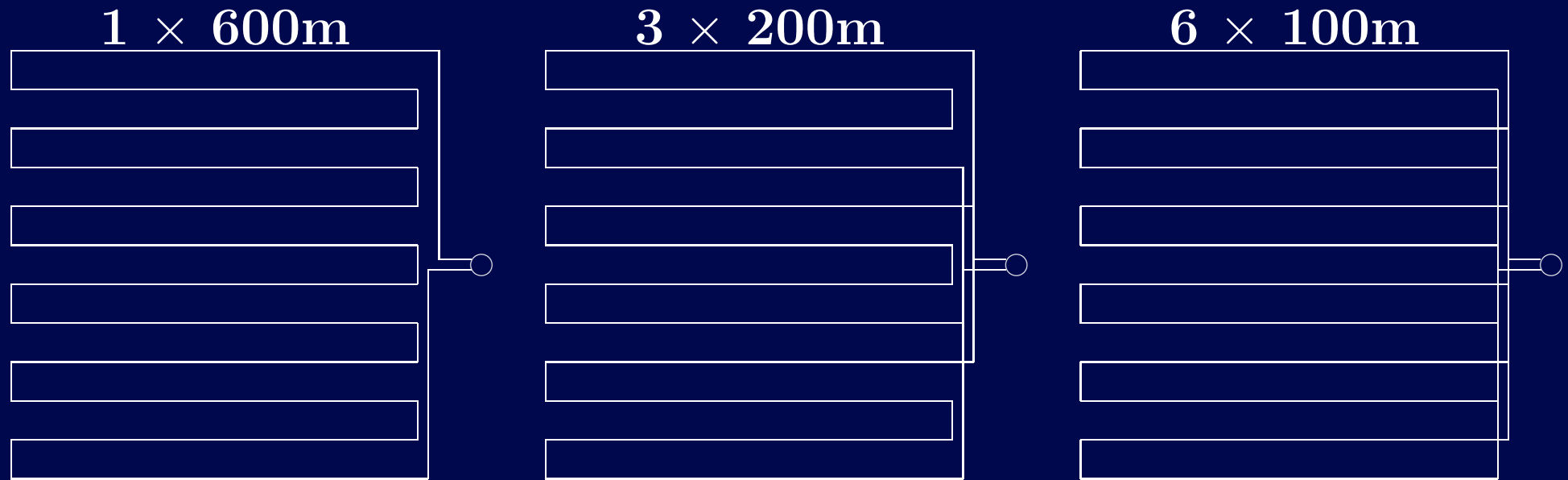
$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \quad F_n = n^2 F_1$$

Also gelten:

$$W_1 = W_1$$

$$F_1 = F_1$$

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren:

$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \quad F_n = n^2 F_1$$

Also gelten:

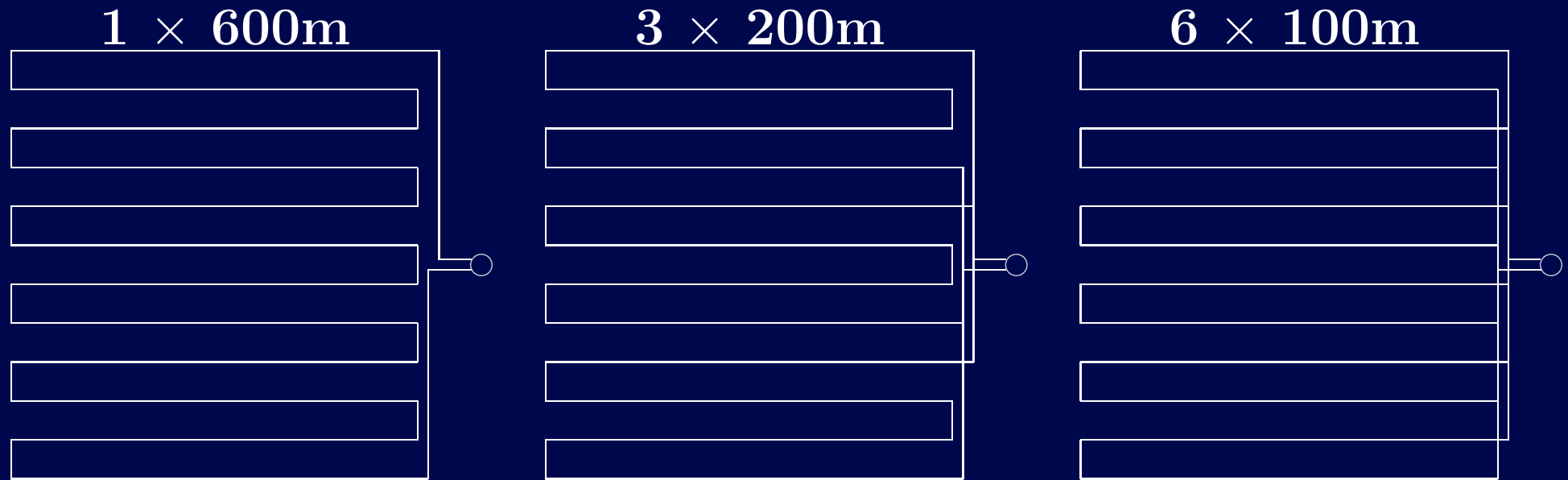
$$W_1 = W_1$$

$$F_1 = F_1$$

$$W_3 = W_1/9$$

$$F_3 = 9F_1$$

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren:

$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \quad F_n = n^2 F_1$$

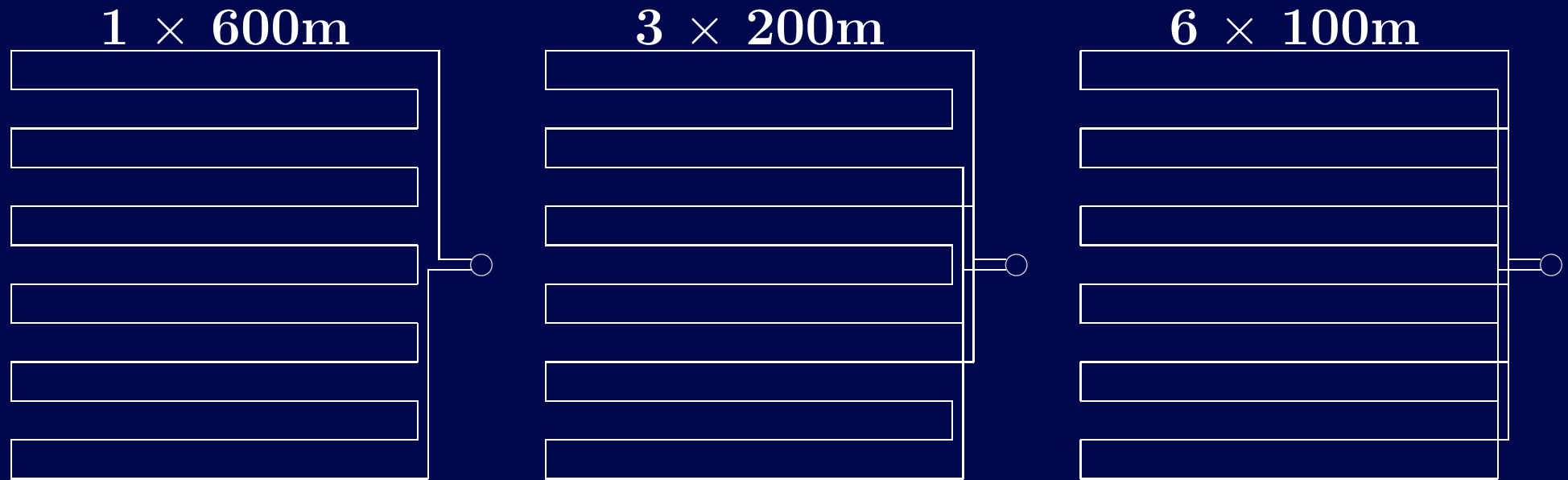
Also gelten:

$$W_1 = W_1$$
$$F_1 = F_1$$

$$W_3 = W_1/9$$
$$F_3 = 9F_1$$

$$W_6 = W_1/36$$
$$F_6 = 36F_1$$

# Fluss steigt mit der Anzahl von parallelen Erdkollektoren



Mit  $n$  gleich langen parallelen Erdkollektoren:

$$W_n = \frac{W_1}{n^2}, \quad F_n = n^2 F_1$$

Also gelten:

$$W_1 = W_1$$

$$F_1 = F_1$$

$$W_3 = W_1/9$$

$$F_3 = 9F_1$$

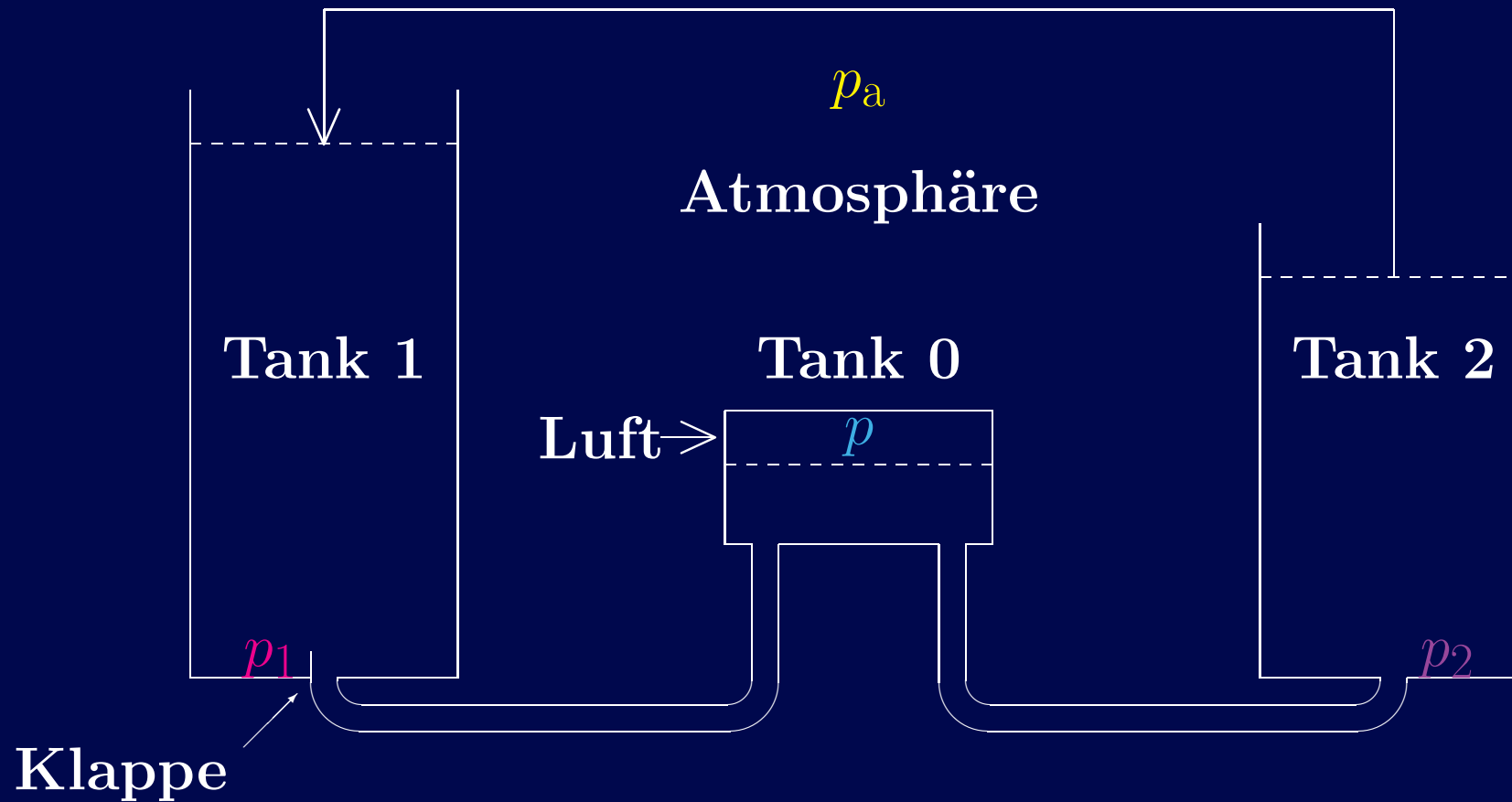
$$W_6 = W_1/36$$

$$F_6 = 36F_1$$

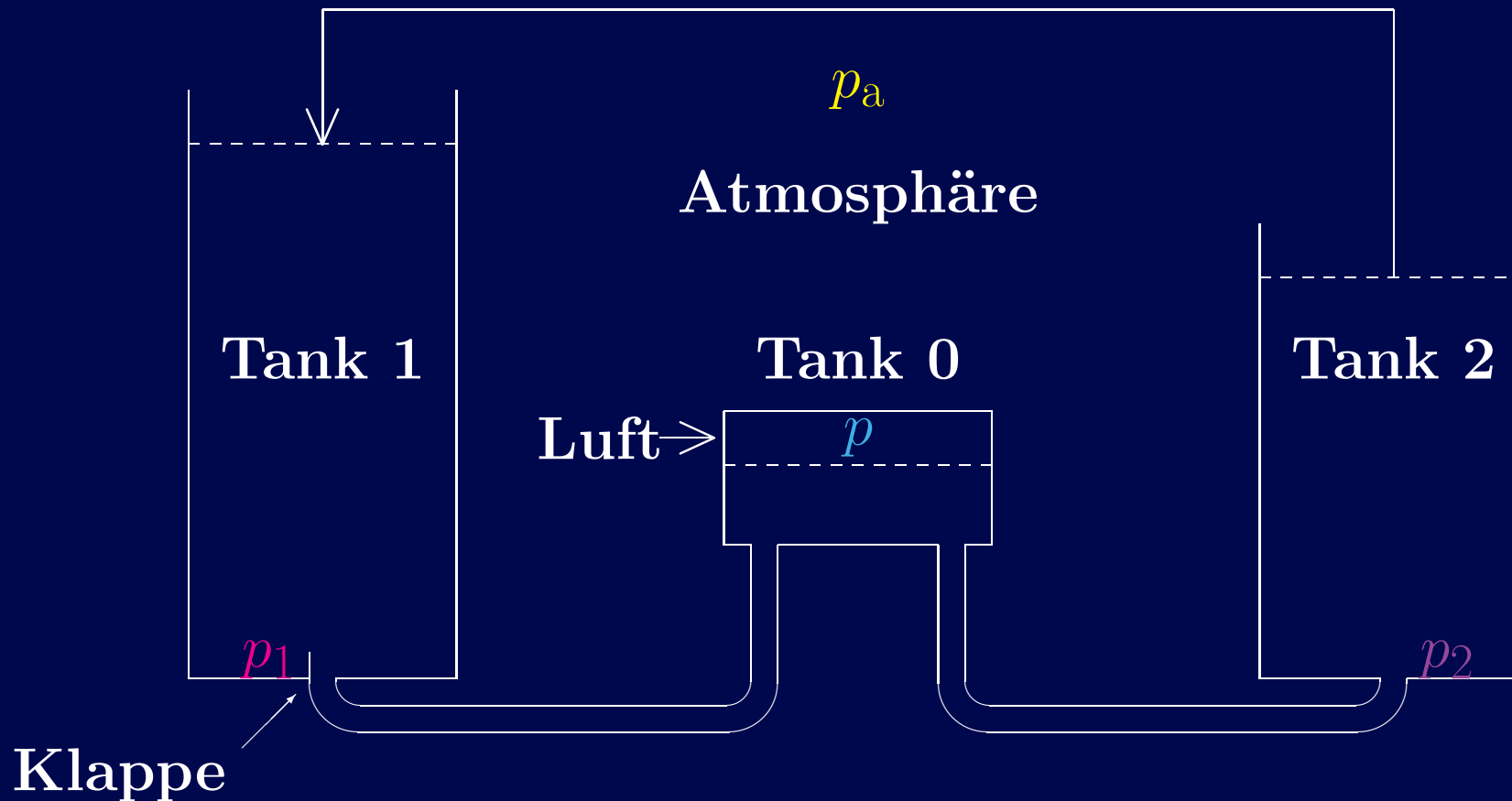
Fluss mit  $6 \times 100\text{m}$  ist  $36 \times$  höher als mit  $1 \times 600\text{m}$ !



# Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen

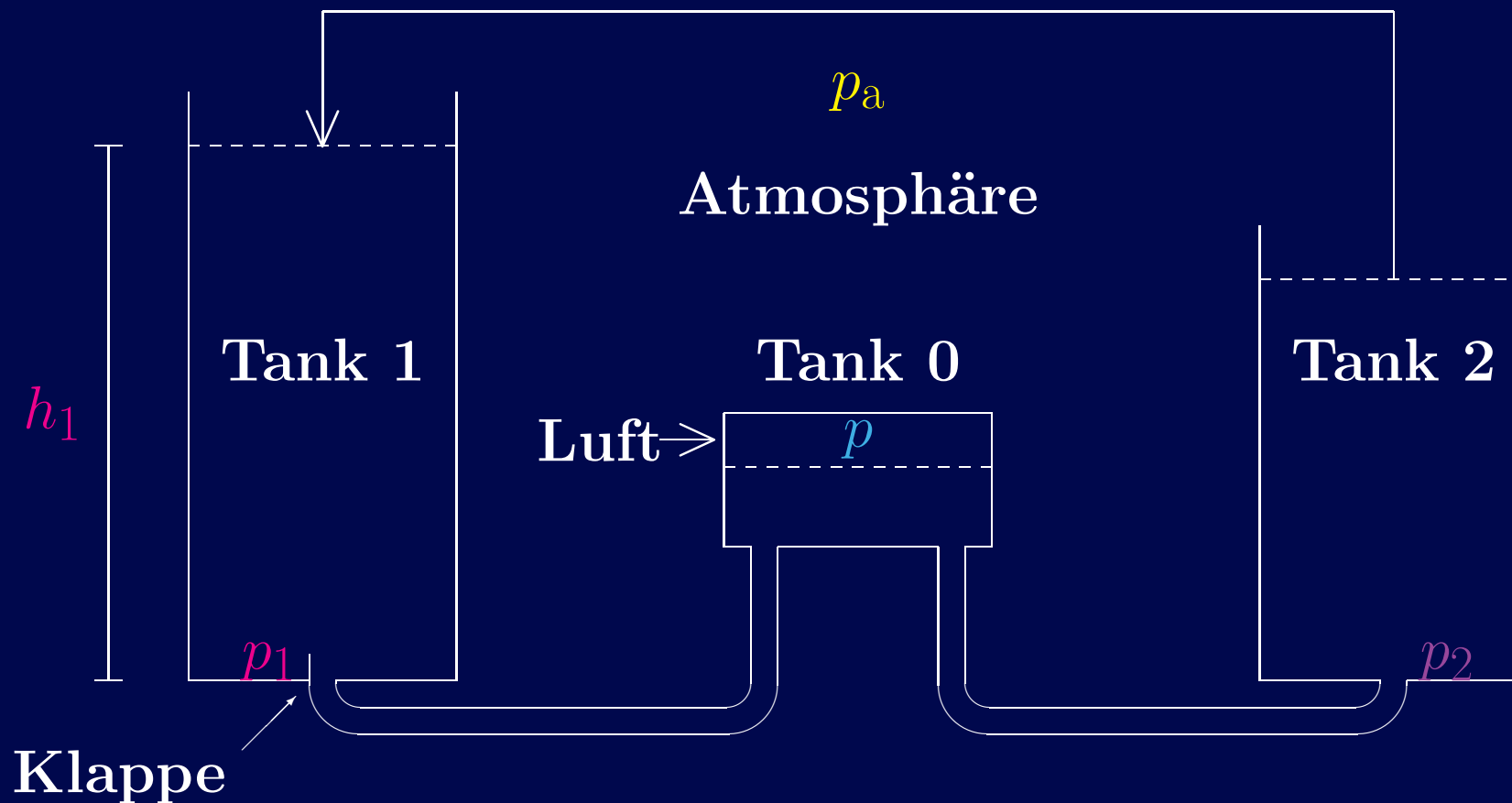


# Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



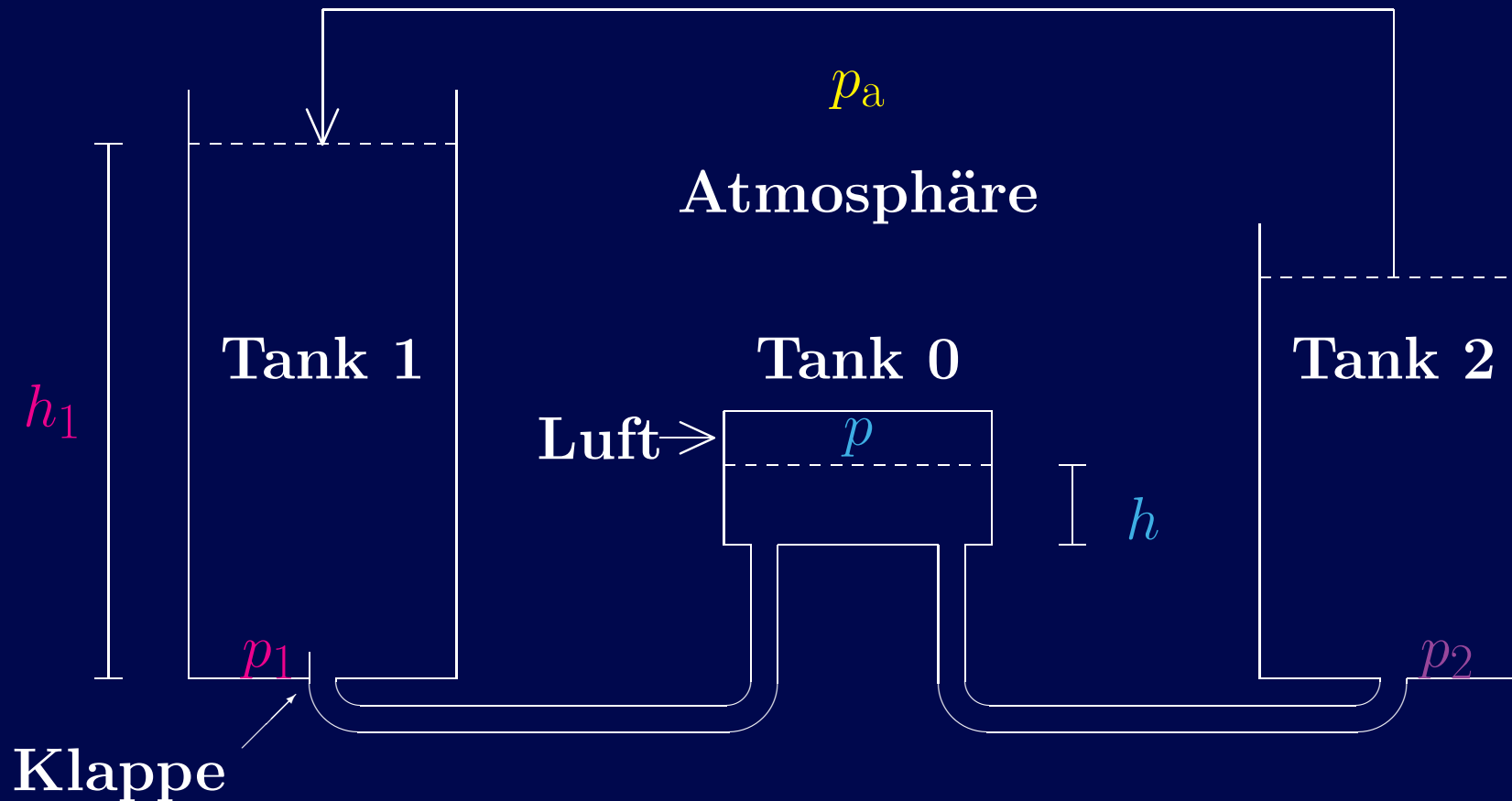
$p_1 > p_2$ : Strömung links nach rechts wenn Klappe aufgemacht.

# Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



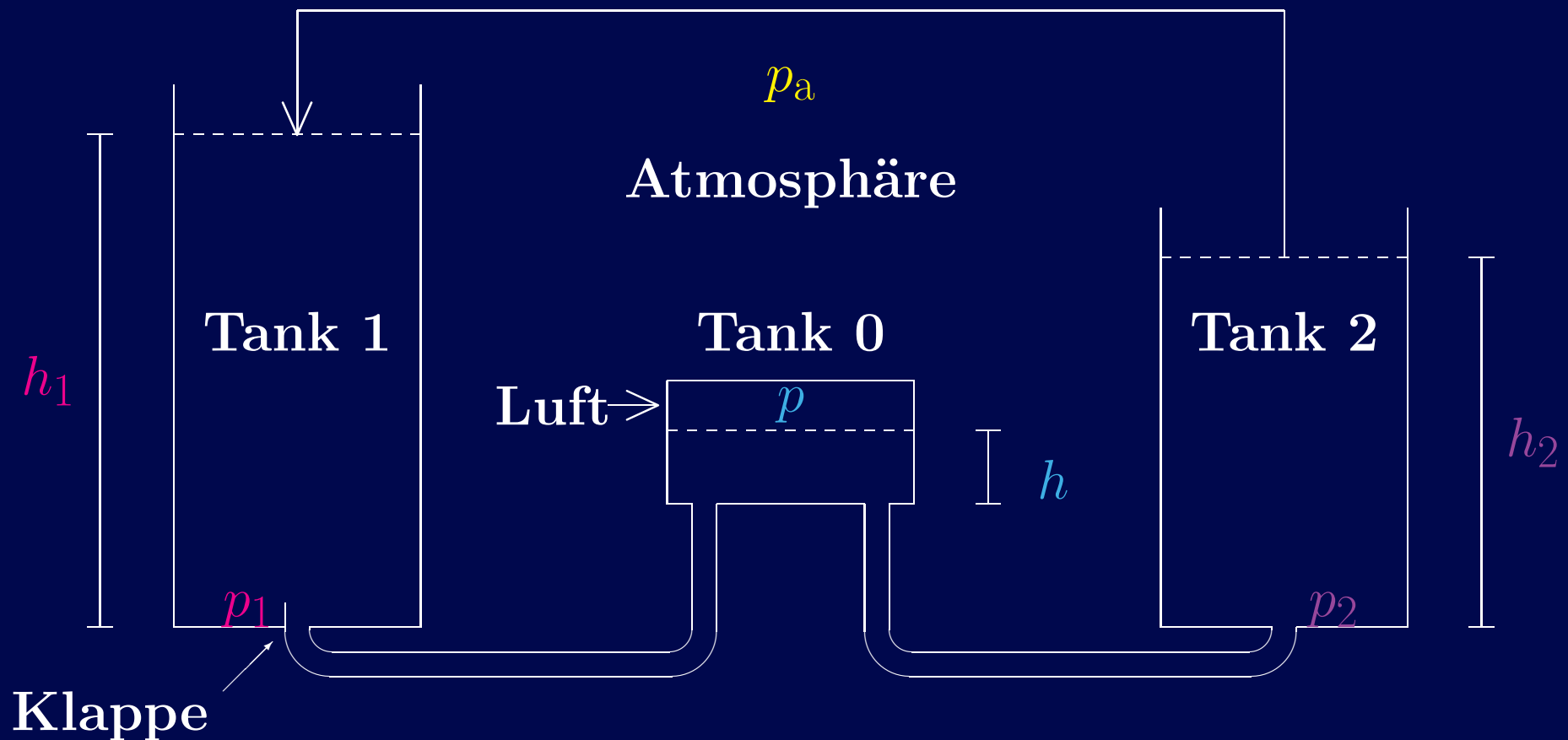
Pumpenart: Flüssigkeit oben transportiert sodass  $h_1$  fixiert.

# Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



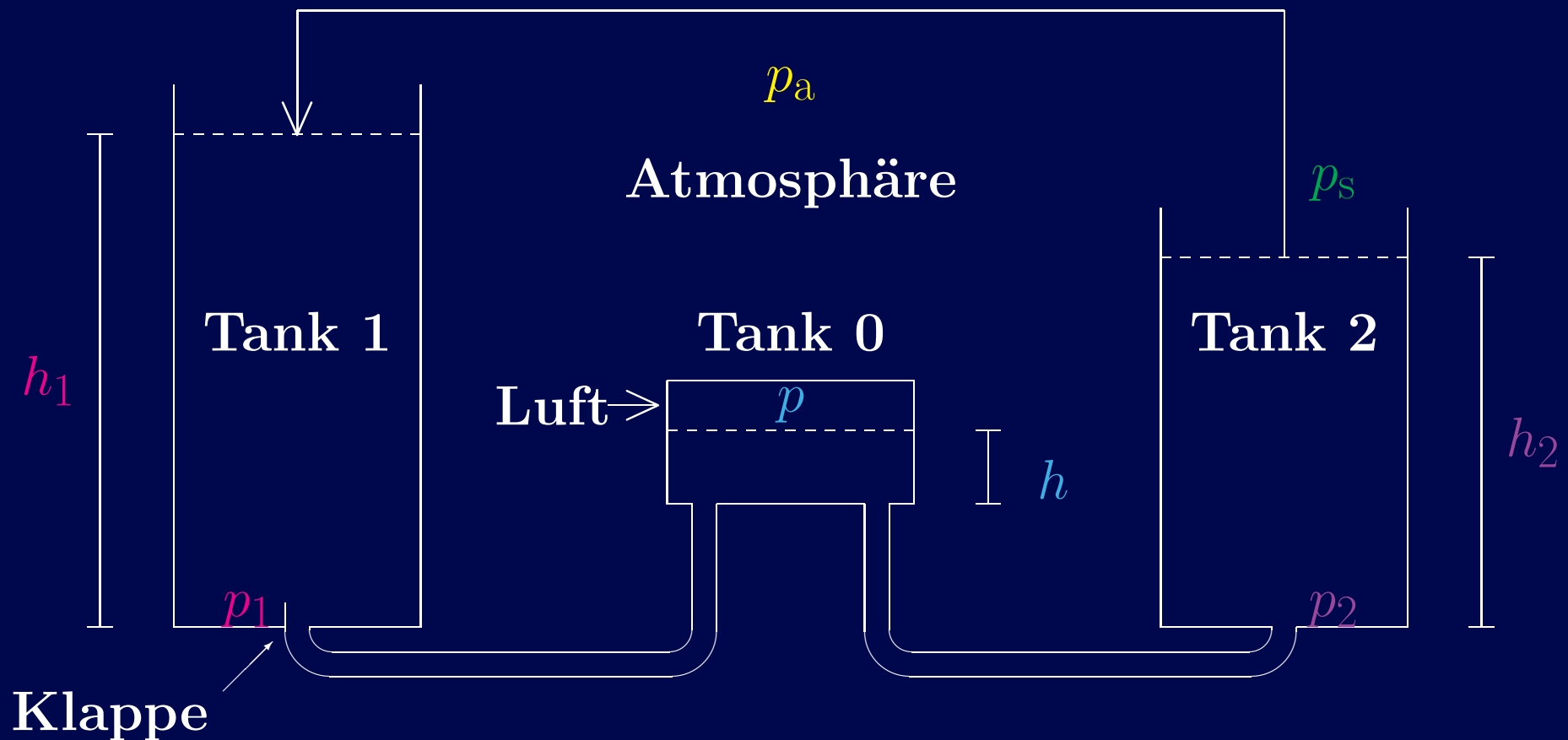
Mit Strömung:  $p$  steigt, Luft wird komprimiert und  $h$  steigt.

# Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



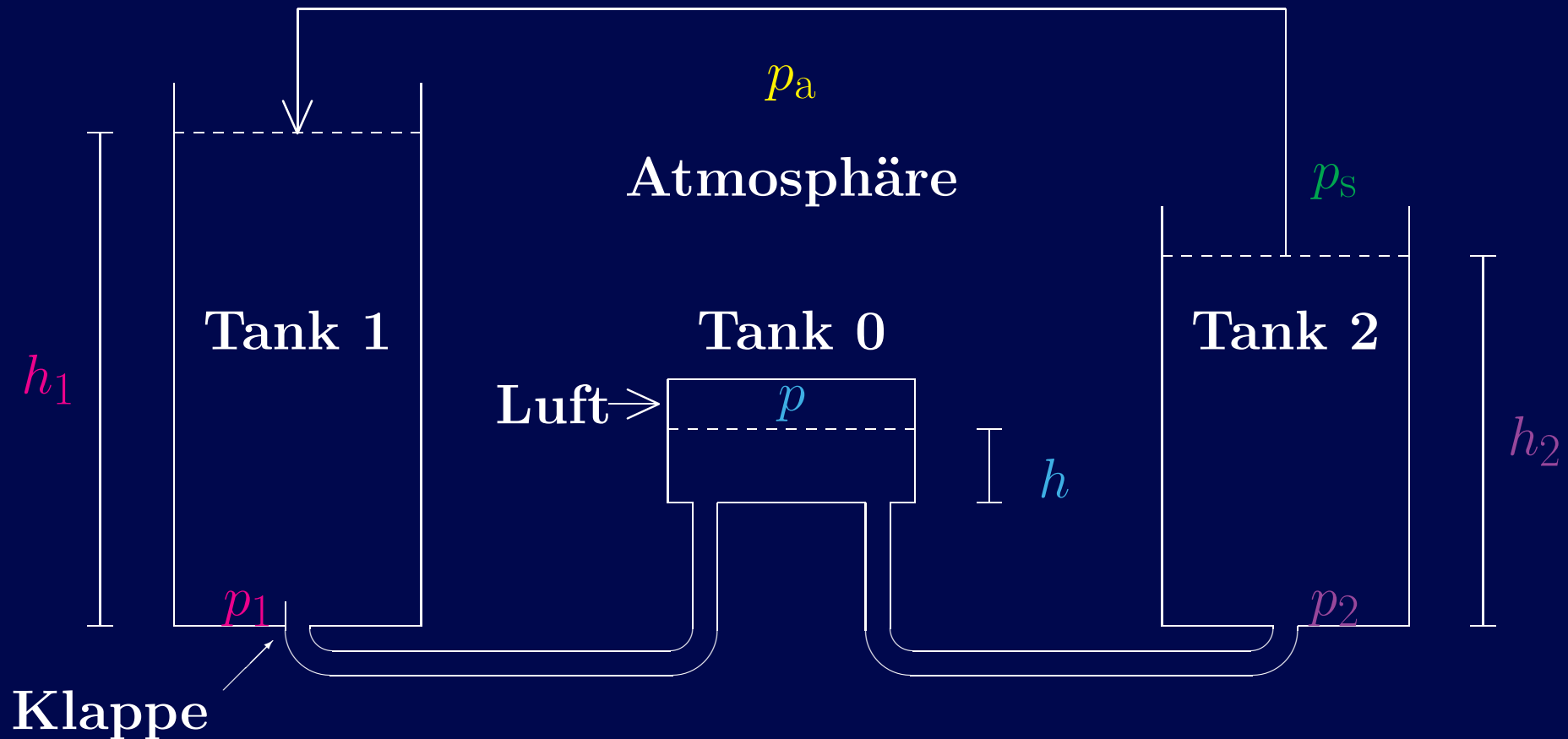
Wenn  $h$  steigt, sinkt  $h_2$  wegen Volumenerhaltung.

# Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



Um  $h_2$  konstant zu halten, bracht man Saugglocke mit  $p_s < p_a$ .

# Luft führt zu Druck- und Fluss-Schwankungen



$p_s < p_a$ :  $p_2$  sinkt,  $p_1$  konstant,  $p_1 - p_2$  größer, Fluss größer!

## Andere Installationsfehler



Abstand soll mindestens 60cm sein!

Mit nur 10cm Abstand wird die in einem Stück gewonnene Wärme im nächsten Stück sofort verloren!



## Weitere Installationsfehler



Keine Drainage für Grundwasser.

Unterirdische Plastik-Verbindungen.

Lecks sind entstanden.

Eisblase ist hier sichtbar.

## Weitere Installationsfehler



Keine Drainage für Grundwasser.

Unterirdische Plastik-Verbindungen.

Lecks sind entstanden.

Eisblase ist hier sichtbar.

## Weitere Information

<http://math.uni-graz.at/>

<http://math.uni-graz.at/mitarbeiter.html>

<http://math.uni-graz.at/keeling/>

<http://math.uni-graz.at/keeling/teaching.html>

<http://math.uni-graz.at/keeling/EWAnalyse.pdf>

<http://math.uni-graz.at/keeling/tuer07.pdf>