

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	Summe
Punktzahl:	25	25	25	25	100
Davon erreicht:					

Markieren Sie Ihre Gruppe:

Cauchy	Euler	Riemann	Newton
--------	-------	---------	--------

Name:

Matrikelnummer:

1. (25 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} -x \ln(x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{1/x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos(x))/x^2$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin(1/x)$

2. (25 Punkte) Berechnen Sie die Ableitung für $x \neq 0$ und bestimmen Sie mit Begründung, ob die Funktion an der Stelle $x = 0$ differenzierbar ist.

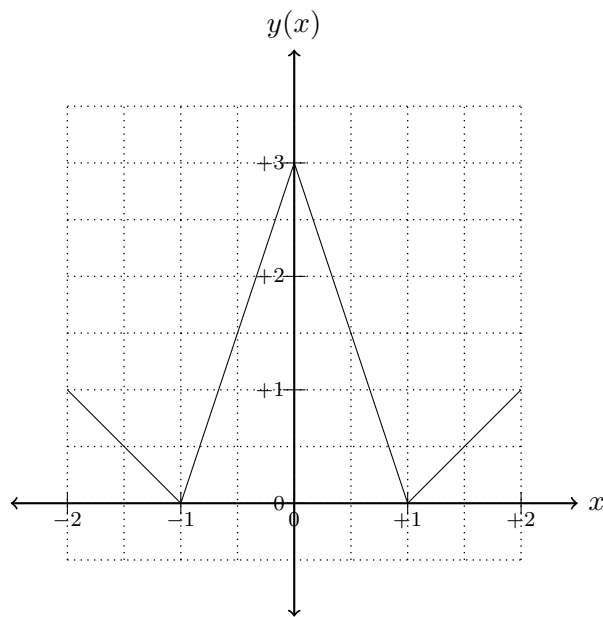
(a) $f(x) = |x|$

(b) $g(x) = \sqrt[3]{x}$

(c) $y(x) = x^2 \cos(1/x), \quad x \neq 0, \quad y(0) = 0$

(d) $z(x) = \exp(-1/x^2), \quad x \neq 0, \quad z(0) = 0$

3. (25 Punkte) Die grafische Darstellung der Funktion $y(x) = 2|x + 1| - 3|x| + 2|x - 1| - 1$ mit Definitionsbereich $D = [-2, +2]$ steht unten.
- (a) Bestimmen Sie den Bildbereich B von $y(x)$.
 - (b) Berechnen Sie die Ableitung $y'(x)$ wo sie existiert.
 - (c) Bestimmen Sie mit Begründung die Intervalle in denen $y(x)$ fallend bzw. steigend ist,
 - (d) und die Intervalle in denen $y(x)$ konvex bzw. konkav ist.
 - (e) Finden Sie mit Begründung alle lokalen Extrema von $y(x)$
 - (f) und alle Wendepunkte von $y(x)$.
 - (g) Finden Sie die globalen Extrema von $y(x)$ im Intervall $[0, 2]$.



4. (25 Punkte) Ein Pizzateig wird mit einer Presse so gemacht, dass ein zylinderförmiger Teig mit Volumen 500cm^3 von einer Höhe 10cm bis zu einer Höhe 0.5cm mit Geschwindigkeit $1\text{cm}/\text{sek}$ gedrückt wird. Der Pizzateig bleibt zylinderförmig, und daher in Abhängigkeit von der Zeit t (sek) erfüllen der Radius $r(t)$ (cm) und die Höhe $h(t)$ (cm) die Gleichung $V(t) = \pi r^2(t)h(t)$, wobei $V(t)$ das Volumen des Pizzateigs ist. Sei τ die Dauer des Drückens.
- (a) Anhand der verfügbaren Information geben Sie Werte der konstanten Größen $V'(t)$, $h'(t)$, $h(0)$ und $h(\tau)$ an.
- (b) Bestimmen Sie die Werte $r(0)$, $r'(0)$, $r(\tau)$ und $r'(\tau)$.