Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	**Summe**
Punktzahl:	25	25	25	25	100
Davon erreicht:					

Markieren Sie Ihre Gruppe:

Cauchy	Euler	Riemann	Newton

Name: ....

Matrikelnummer: ....

1. (25 Punkte) Bestimmen Sie die Integrale

   (a) $\int \frac{dx}{4+9x^2}$

   (b) $\int \frac{2+x}{1-x^2} dx$

   (c) $\int xe^{-x} dx$

   (d) $\int \sin(x)\sin(\cos(x)) dx$

2. (25 Punkte) Gegeben sei die Funktion

$$f(x,y) = \frac{x^3 - 3x}{1 + y^2}$$

mit Definitionsbereich $D = \mathbb{R}^2$.

(a) Finden Sie alle lokalen Extrema von $f(x,y)$.

(b) Zeigen Sie, diese lokalen Extrema sind keine globalen Extrema.

(c) Bestimmen Sie alle Sattelpunkte von $f(x,y)$.

(d) Schreiben Sie die Gleichung der Tangentenebene durch den Punkt $(0,0,0)$ und dann durch den Punkt $(1,0,-2)$.

3. (25 Punkte) Die Feinstaubkonzentration in Graz ist gegeben durch die Funktion

$$f(x,y) = 64 - 4x^2 - (y-1)^2 \quad \text{mit} \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + (y-1)^2 \leq 64\}$$

wobei $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ dem Radius in Kilometern vom Zentrum entspricht. Die zentrale Achse der Mur liegt in der Menge

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 2x\}.$$

Finden Sie die maximale Feinstaubkonzentration entlang der zentralen Achse der Mur.

4. (25 Punkte) Seien t die Zeit in Minuten und r die Konzentration in Mol/Liter einer Substanz im Lauf einer chemischen Reaktion. Gegeben seien die Daten $\{(t_i, r_i)\}_{i=1}^3$,

$$(0,0), \quad (1, \tfrac{1}{2}) \quad \text{und} \quad (2, \tfrac{2}{3})$$

Der Konzentrationsverlauf wird mit der Funktion $r(t) = (a_1 t + a_2)/(t + a_3)$ dargestellt.

(a) Bestimmen Sie ein Gleichungssystem, das die unbekannten Parameter $\{a_1, a_2, a_3\}$ erfüllen müssen, damit die Interpolationsbedingungen $r(t_i) = r_i$, $i = 1, 2, 3$, erfüllt werden.

(b) Bestimmen Sie die Parameter $\{a_1, a_2, a_3\}$ durch Lösung des Gleichungssystems.

(c) Bestätigen Sie mit den berechneten Parametern, dass die Interpolationsbedingungen erfüllt werden.

(d) Bestimmen Sie das Fliessgleichgewichts-Konzentration r^*, die für immer größere Zeit t von $r(t)$ angenähert wird.