Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	**Summe**
Punktzahl:	25	25	25	25	100
Davon erreicht:					

Markieren Sie Ihre Gruppe:

Cauchy	Euler	Riemann	Newton

Name: ....

Matrikelnummer: ....

1. (25 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte:

   (a) $\lim_{x \to 0} 2^{-1/x^2}$

   (b) $\lim_{x \to +\infty} \log_2(x)/(1 + x + x^2)$

   (c) $\lim_{x \to 0} \tan(x)/x$

   (d) $\lim_{x \to 0} x \tan(1/x)$

2. (25 Punkte) Berechnen Sie die Ableitungen,

   (a) $D_x \log_2((x-1)/(x+1))$

   (b) $D_x 2^{1+x+x^2}$

   (c) $D_x \tan^{-1}(1+\ln(x))$

   (d) $D_x x^2 \cos(1/x)$

3. (25 Punkte) Für die Funktion $y(x) = x - x^2/2 - x^3/3 + x^4/4$

   (a) zeigen Sie, die Ableitung erfüllt $y'(x) = (x+1)(x-1)^2$.

   (b) Bestimmen Sie mit Begründung die Intervalle in denen $y(x)$ fallend bzw. steigend ist,

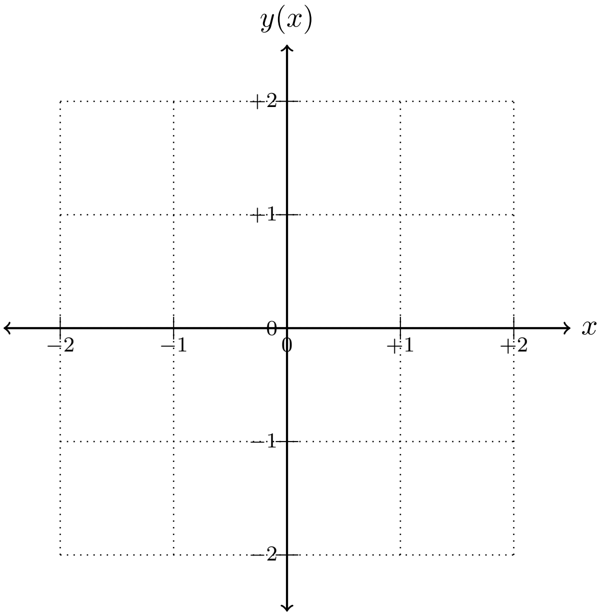
   (c) und die Intervalle in denen $y(x)$ konvex bzw. konkav ist.

   (d) Finden Sie mit Begründung alle lokalen Extrema von $y(x)$

   (e) und alle Wendepunkte von $y(x)$.

   (f) Bestimmen Sie die Tangentengerade durch den Punkt $(0, 0)$.

   (g) Stellen Sie $y(x)$ grafisch dar.



4. (25 Punkte) Die Aushöhlung für einen Tunnel hat einen halbkreisförmigen Querschnitt, der durch die Funktion $y(x) = \sqrt{1-x^2}$, $x \in [-1, +1]$ gegeben ist, wobei eine geeignete Längeneinheit für x und y verwendet wird. Innerhalb dieser Aushöhlung wird ein Tunnel mit drei flachen Mauern gebaut. Diese berühren die Aushöhlung und bilden einen trapezförmigen Querschnitt, der bezüglich der y-Achse symmetrisch ist. Verwenden Sie das Rezept zur Bestimmung der globalen Extrema, um den maximalen Flächeninhalt des trapezförmigen Querschnitts zu finden, der den Durchfluss maximiert.