

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	Summe
Punktzahl:	25	25	25	25	100
Davon erreicht:					

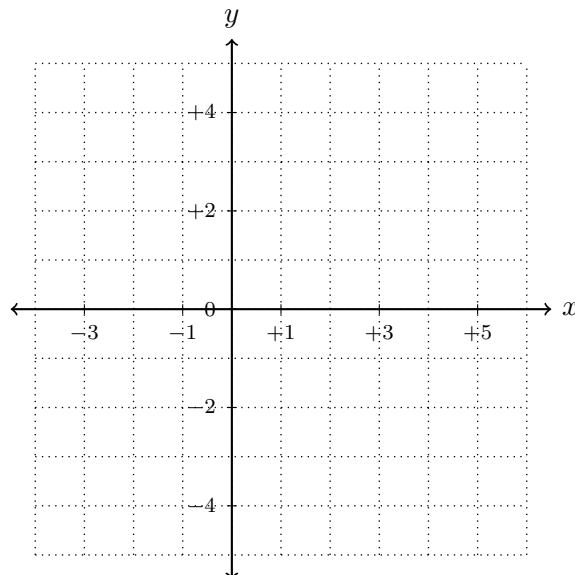
Markieren Sie Ihre Gruppe:

Cauchy	Euler	Riemann	Newton
--------	-------	---------	--------

Name:

Matrikelnummer:

1. (25 Punkte) Schreiben Sie die Gleichung $-2x + x^2 - 4y^2 = 3$ so um, dass es erkennbar wird, dass die Relation einer Hyperbel entspricht. Stellen Sie die Hyperbel und ihre Asymptoten grafisch dar.



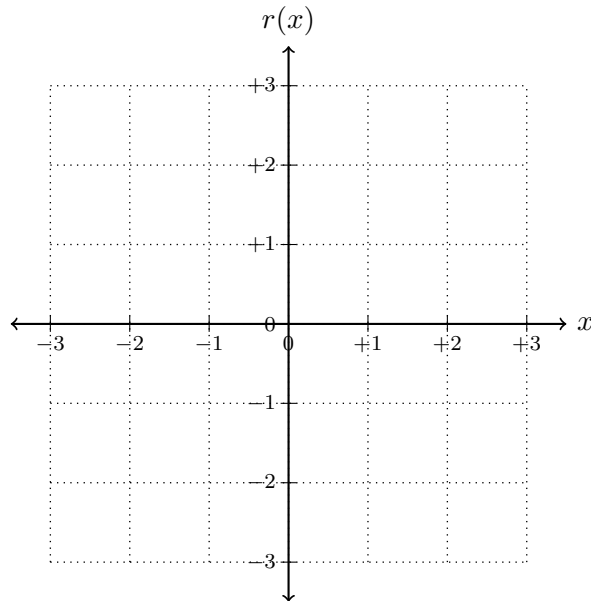
2. (25 Punkte) (a) Bestimmen Sie das Vorzeichen der rationalen Funktion

$$r(x) = \frac{x}{1 - x^2}$$

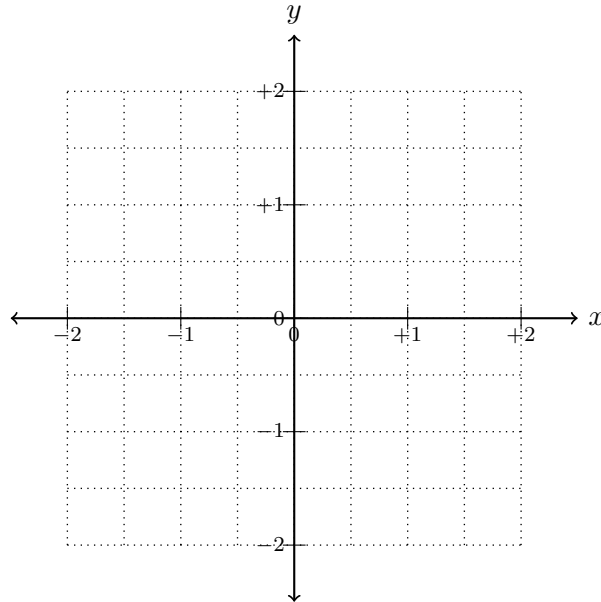
in den Teilintervallen zwischen Nullstellen und Polstellen. (b) Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow +1^-} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow +1^+} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} r(x)$$

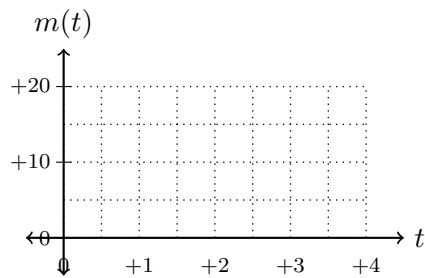
(c) Stellen Sie $r(x)$ grafisch dar. (d) Aus dieser grafischen Darstellung lesen Sie den maximalen Definitionsbereich und den entsprechenden Bildbereich ab.



3. (25 Punkte) (a) Für die Funktion $y(x) = x^4 - 1$ bestimmen Sie einen Definitionsbereich D_y und einen Bildbereich B_y , sodass $y(x)$ eine Umkehrfunktion $y^{-1}(x)$ besitzt. (b) Bestimmen Sie eine Formel für $y^{-1}(x)$. (c) Stellen Sie die Umkehrfunktion $y^{-1}(x)$ gemeinsam mit $y(x)$ grafisch dar. (d) Aus der grafischen Darstellung der Umkehrfunktion lesen Sie den Definitionsbereich $D_{y^{-1}}$ und den Bildbereich $B_{y^{-1}}$ ab. (e) Erklären Sie die Beziehung zwischen D_y , B_y , $D_{y^{-1}}$ und $B_{y^{-1}}$.



4. (25 Punkte) (a) Eine radioaktive Substanz wird in einem Labor produziert. Nach 1 Jahr bleibt 10 kg der Substanz und nach 2 Jahren bleibt 5 kg der Substanz. Bestimmen Sie eine exponentielle Funktion zur Darstellung der Masse $m(t)$ der Substanz in Abhängigkeit der Zeit t Jahre. Finden Sie die Halbwertszeit der Substanz. Stellen Sie $m(t)$ grafisch dar.



- (b) Stellen Sie die Funktionen $f(t) = \sin(t)$ und $g(t) = 1 + \sin(t - \pi/2)$ grafisch dar.

