

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	Summe
Punktzahl:	25	25	25	25	100
Davon erreicht:					

Markieren Sie Ihre Gruppe:

Cauchy	Euler	Riemann	Newton
--------	-------	---------	--------

Name:

Matrikelnummer:

1. (25 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte:

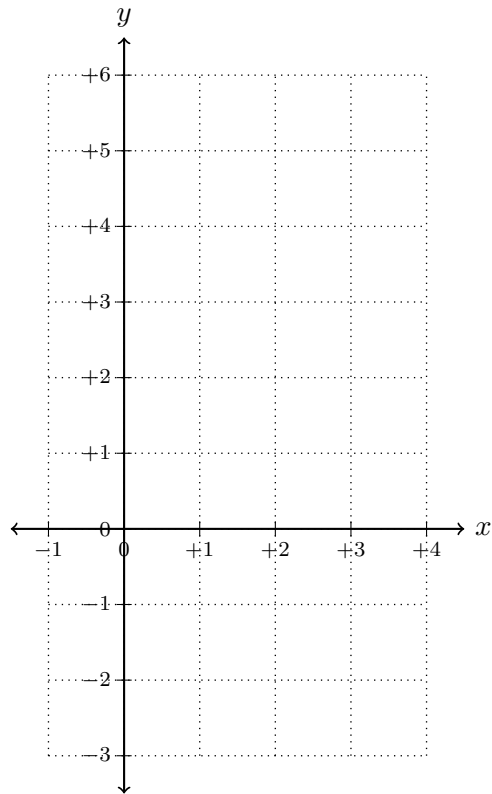
(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-1/x}$

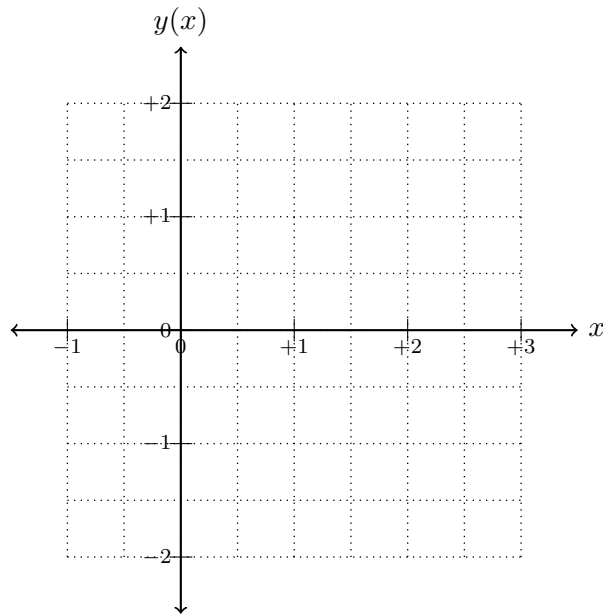
(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin^2(x)/x^2$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cos(1/x)$

2. (25 Punkte) Der Wert $\sqrt{3} \approx 1.73205$ soll durch eine Nullstelle der Funktion $f(x) = x^2 - 3$ bestimmt werden. Sei $y_k(x)$ die Funktion der Tangentengerade an den Graphen von $f(x)$ an einer gegebenen Stelle x_k .
- (a) Bestimmen Sie die Funktion $y_1(x)$ mit $x_1 = 3$.
 - (b) Bestimmen Sie die Nullstelle x_2 von $y_1(x)$.
 - (c) Bestimmen Sie die Nullstelle x_3 der Funktion $y_2(x)$.
 - (d) Stellen Sie $f(x)$, $y_1(x)$ und $y_2(x)$ grafisch dar.
 - (e) Bestätigen Sie durch Vereinfachung der Formel für die Newtonsche Methode, es gilt $x_{k+1} = 3x_k/2 + x_k/2$, $k = 1, 2, \dots$

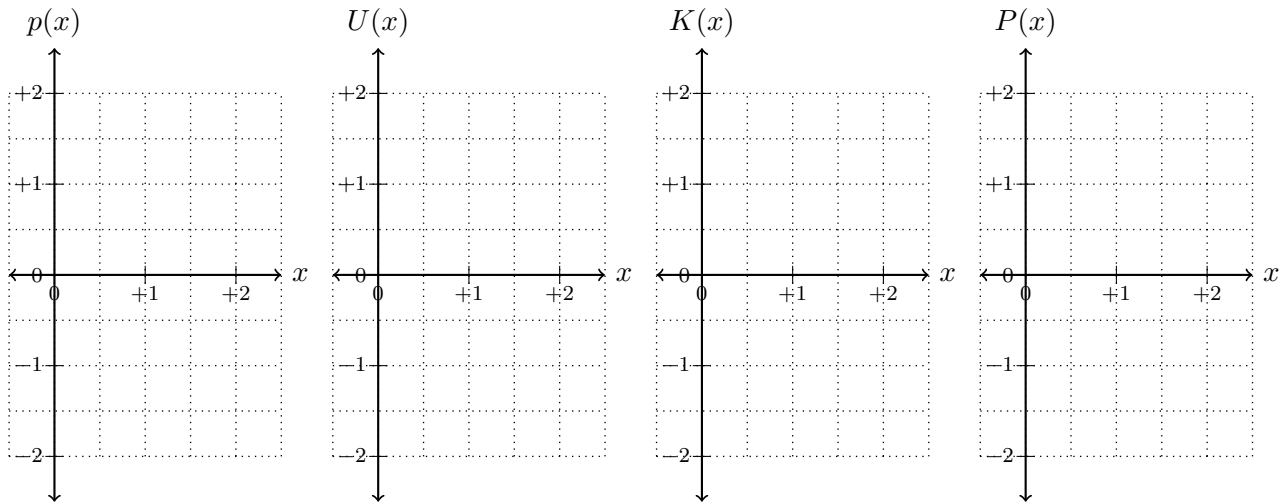


3. (25 Punkte) Zeigen Sie, eine Funktion $y(x) = x \ln(x)$
- (a) lässt sich auf einen Definitionsbereich $D = [0, \infty)$ stetig ergänzen.
 - (b) Bestimmen Sie mit Begründung die Intervalle in denen $y(x)$ fallend bzw. steigend ist,
 - (c) und die Intervalle in denen $y(x)$ konvex bzw. konkav ist.
 - (d) Finden Sie mit Begründung alle lokalen Extrema von $y(x)$
 - (e) und alle Wendepunkte von $y(x)$.
 - (f) Stellen Sie $y(x)$ grafisch dar.



4. (25 Punkte) Eine Firma produziert x Fässer vom Kürbiskernöl pro Woche, und der Profit soll maximiert werden. Marktforschung zeigt, die Gesamtmenge vom produzierten Kürbiskernöl wird verkauft, wenn der Preis pro Fass bei $p(x) = 2 - x$ eingestellt wird. Hier wird natürlich vorausgesetzt, dass $x \geq 0$ und $p(x) \geq 0$ gelten. Der wöchentliche Umsatz ist dann $U(x) = xp(x)$. Die wöchentlichen Kosten sind $K(x) = \ln(1 + x)$, um x Fässer vom Kürbiskernöl zu produzieren.

- (a) Finden Sie den Wert von x , bei dem der Profit $P(x) = U(x) - K(x)$ maximiert wird.*
(b) Stellen Sie die Funktionen $p(x)$, $U(x)$, $K(x)$ und $P(x)$ grafisch dar.



*Hinweis: Für die Auswertung von $P(x)$ gilt $\ln(1 + x) \approx x$ für x klein.