

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	Summe
Punktzahl:	25	25	25	25	100
Davon erreicht:					

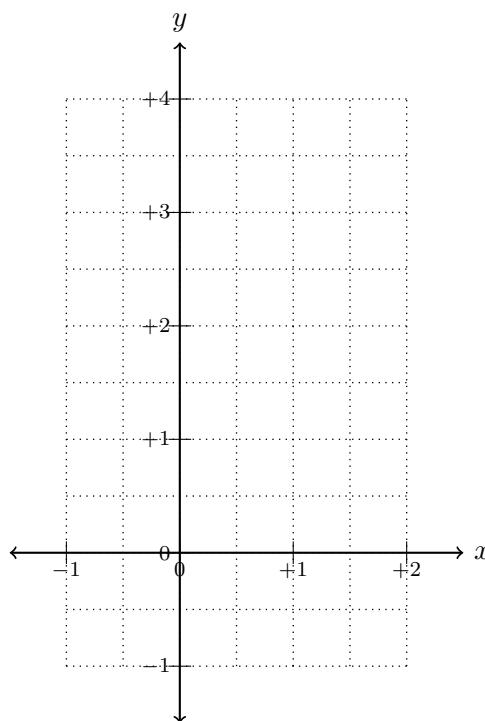
Markieren Sie Ihre Gruppe:

Cauchy  Euler  Riemann  Newton

Name: .....

Matrikelnummer: .....

1. (25 Punkte) Stellen Sie das Dreieck inklusive seines Randes und mit Eckpunkten  $P(0, 0)$ ,  $Q(0, 3)$  und  $R(1, 1)$  (a) grafisch im  $\mathbb{R}^2$  sowie (b) als Menge in der Mengennotation dar.



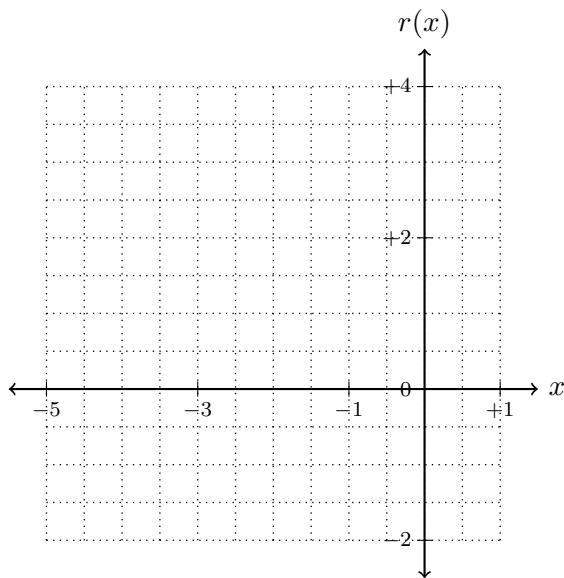
2. (25 Punkte) (a) Bestimmen Sie das Vorzeichen der rationalen Funktion

$$r(x) = \frac{2x^2 + 8x + 8}{x^2 + 4x + 3}$$

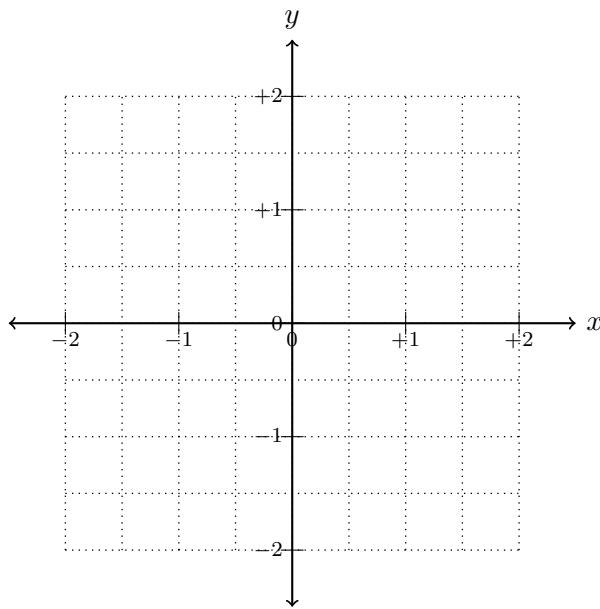
in den Teilintervallen zwischen Nullstellen und Polstellen. (b) Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow -3^-} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow -3^+} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} r(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} r(x)$$

(c) Stellen Sie  $r(x)$  grafisch dar. (d) Aus dieser grafischen Darstellung lesen Sie den maximalen Definitionsbereich und den entsprechenden Bildbereich ab.



3. (25 Punkte) (a) Für die Funktion  $y(x) = \sqrt[3]{x^2}$  bestimmen Sie einen Definitionsbereich  $D_y$  und einen Bildbereich  $B_y$ , sodass  $y(x)$  eine Umkehrfunktion  $y^{-1}(x)$  besitzt. (b) Bestimmen Sie eine Formel für  $y^{-1}(x)$ . (c) Stellen Sie die Umkehrfunktion  $y^{-1}(x)$  gemeinsam mit  $y(x)$  grafisch dar. (d) Aus der grafischen Darstellung der Umkehrfunktion lesen Sie den Definitionsbereich  $D_{y^{-1}}$  und den Bildbereich  $B_{y^{-1}}$  ab. (e) Erklären Sie die Beziehung zwischen  $D_y$ ,  $B_y$ ,  $D_{y^{-1}}$  und  $B_{y^{-1}}$ .



4. (25 Punkte) Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$(a) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+h} - \sqrt{1}}{(1+h) - 1}$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^4} \sum_{i=1}^n i^3 \quad \text{wobei} \quad \sum_{i=1}^n i^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$