Exercise Sheet 10 for Optimization 1
Winter Semester 2011/12

1. (Implementation of the trust region method) Implement the trust region algorithm with the usage of Cauchy points. Test it out on the Rosenbrock function for $n = 2$. Do we get an improvement?

2. (Global Convergence of T.R.) Consider the T.R. algorithm:

   Choose $x_0 \in R^n$, $\Delta_0 > 0$, $\rho_1, \rho_2 \in (0,1)$ and $\sigma_1 \in (0,1)$,$\sigma_2 > 1$ and $\varepsilon \geq 0$.
   Set $k = 0$.
   while $\|\nabla f(x_k)\| > \varepsilon$
       Find a solution d_k of the T.R. subproblem
           $\min q_k(d),\ \ s.t. \|d\| \leq \Delta_k$.
           where $q_k(d) := f(x_k) + \langle \nabla f(x_k), d\rangle + \frac{1}{2}\langle \nabla^2 f(x_k)d, d\rangle$.
       Calculate
           $r_k = \frac{f(x_k) - f(x_k + d_k)}{f(x_k) - q_k(d_k)}$
       if $r_k \geq \rho_1$
           $x_{k+1} = x_k + d_k$
       else
           $x_{k+1} = x_k$
       endif
       if $r_k < \rho_1$
           $\Delta_{k+1} = \sigma_1 \Delta_k$
       endif
       if $\rho_1 \leq r_k < \rho_2$
           $\Delta_{k+1} = \Delta_k$.
       endif
       if $r_k \geq \sigma_2 \Delta_k$
           $\Delta_{k+1} = \sigma_2 \Delta_k$
       endif
       $k = k + 1$
   endwhile

   If $f \in C^2$ is bounded from below and the sequence $\{\nabla^2 f(x_k)\}_{k \in \mathbb{N}}$ is bounded, then

   $$\liminf_{k \to \infty} \|\nabla f(x_k)\| = 0.$$

3. (Messreihen) Gegeben ist eine Menge von Messpunkten (t_i, y_i). Dabei sei y_i die zur Zeit t_i gemessene Größe, das heißt, y_i ist eine Funktion von t_i.

i	t_i	y_i	i	t_i	y_i
1	5.9	-1.40	11	55.8	4.85
2	6.1	-0.90	12	59.9	6.13
3	12.7	0.82	13	63.4	6.30
4	20.3	1.58	14	70.1	7.05
5	24.7	2.27	15	73.7	7.49
6	28.7	2.50	16	78.1	8.20
7	34.5	3.76	17	83.5	8.13
8	37.8	3.79	18	88.3	8.67
9	42.8	2.91	19	93.7	9.44
10	49.4	4.74	20	99.7	10.16

   (a) Gesucht ist eine Funktion $f(t) = a + bt$, die die Messpunkte im Sinn der

i. 1-Norm
ii. ∞-Norm
iii. 2-Norm

am besten approximiert. Welche der drei Normen scheint Ihnen am besten geeignet?

(b) Gesucht ist weiters eine Funktion $g(t) = a + bt + c/\sqrt{t^2+1}$, die die Messpunkte wieder im Sinn der

i. 1-Norm
ii. ∞-Norm
iii. 2-Norm

am besten approximiert. Welche der drei Normen scheint Ihnen hier am besten geeignet?

Stellen Sie Ihre Resultate graphisch dar. Welchen Wert würden Sie für $t = 0$ bzw $t = 105$ vorhersagen? Welche Werte würden Sie als Ausreisser, also offensichtlich falsche Messpunkte, betrachten?