Übungsblatt 7 für Einführung in Numerische Mathematik
Sommersemester 2012

1. Berechne den kanonischen Spline erster Ordnung direkt von der Faltung.

2. Anhand der expliziten Formeln bestätige dass der kanonische Spline $k$ter Ordnung, $k = 1, 2, 3$, in $C^{k-1}(\mathbb{R})$ liegt.

3. Konstruiere den quadratischen Spline $s \in C^1(\mathbb{R})$ 2ter Ordnung, der die folgenden Bedingungen erfüllt: $s(x) = 0$, $x \leq 0$, $s(x) = 0$, $x \geq 3$, $s \in \mathcal{P}^2([x_{i-1}, x_i])$, $i = 0, 1, 2, 3$, $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{2}$, $x_3 = 3$, $\sum_{i=0}^{3} s(x_i) = 1$.

4. Seien $\{s_i(x)\}_{i=-3}^{N-1}$ die kubischen Splines auf einem (nicht notwendigerweise regelmäßigen) Gitter $\{x_i\}_{i=0}^{N}$. Seien $\{f_i\}_{i=0}^{N}$ zu interpolierende Werte auf dem Gitter. Ohne die Werte $\{s_i(x_j)\}$ explizit auszurechnen, schreibe das lineare Gleichungssystem, das die Interpolante $s(x_i) = f_i$, $i = 0, \ldots, N$, bestimmt, (a) wenn die Randbedingung $s'(x_j) = 0$, $j = 0, N$ zu implementieren ist, und (b) wenn die Randbedingung $s''(x_j) = 0$, $j = 0, N$ zu implementieren ist.

5. Seien $\{s_i(x)\}_{i=-3}^{N-1}$ die kubischen Splines auf einem regelmäßigen Gitter $\{x_i = ih\}_{i=0}^{N}$, $h = 1/N$. Um das Tensor Produkt mit Basis $\{s_i(x)s_j(y)\}_{i,j=-3}^{N-1}$ zu veranschaulichen, stelle die Funktion $s_i(x)s_j(y)$ für fixierte i, j grafisch dar.

6. Die Funktion $f(x) = x^2/(1 + 20x^2)$ soll von Werten auf einem Gitter $x_i = -1 + 2i/N$, $i = 0, \ldots, N$, $N = 10$, mit einem MATLAB Code interpoliert werden. Taste erwünschte Werte von f auf dem Gitter ab, und

   1. (Gruppe 1: Adanc, Glowatschnig, Holler, Hrassnigg) interpoliere mit Hermite kubischen Splines,
   2. (Gruppe 2: Knittelfelder, Lepuschitz, Pieber, Wegger) interpoliere mit kubischen B-Splines.

   An Hand der Ergebnisse eines/r Kollegen/in, erkläre welche Methode genauer ist.