

Proseminar Numerische Mathematik I, SS 04
1. Übungsblatt, auszuarbeiten bis 9. März 2004

1. Das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 10^{-5} & 10^{-5} & 1 \\ 10^{-5} & -10^{-5} & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 10^{-5} \\ -2 \cdot 10^{-5} \\ 1 \end{pmatrix}$$

wird in einer Arithmetik mit drei dezimalen Ziffern gelöst. Wie lautet das Resultat

- a) exakt?
- b) ohne Pivotsuche?
- c) mit Spaltenpivotsuche?
- d) mit totaler Pivotsuche?

Kommentieren Sie Ihr Ergebnis.

2. Berechnen Sie die LR -Zerlegung mit Spaltenpivotsuche für folgende zwei Matrizen, d.h., geben Sie jeweils eine linke untere Dreiecksmatrix L (mit Diagonalelementen $l_{ii} = 1$), eine rechte obere Dreiecksmatrix R sowie eine Permutationsmatrix P an, so dass gilt

$$PA = LR \text{ bzw. } PB = LR.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Schreiben Sie einen MATLAB-Code, der die Gauß-Elimination ohne Pivotstrategie für eine gegebene Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ durchführt. Benutzen Sie dabei nicht die in MATLAB vordefinierte Funktion `lu`. Verwenden Sie möglichst wenig `for`-Schleifen.
4. Es liege eine symmetrische reelle $(n \times n)$ -Matrix A als zweidimensionales Feld gespeichert vor. Diese Matrix soll im sogenannten *Lower-Packed Storage Mode* gespeichert werden, d.h., es wird der untere dreieckige Teil inklusive der Diagonalen in einem eindimensionalen Feld abgelegt, und zwar *spaltenweise*. Die Matrix wird also Spalte für Spalte in einen Vektor gepackt.
1. Schreiben Sie einen Pseudocode für einen Algorithmus, der dieses Umspeichern in den Lower-Packed Storage Mode mit möglichst wenig Operationen realisiert.
 2. Wieviel Elemente hat das eindimensionale Feld?
 3. Geben Sie die Abbildung zur Umrechnung der Indizes an: Welchen Index im eindimensionalen Feld hat das Matrixelement a_{ij} , $1 \leq i, j \leq n$.
5. Zeigen Sie: Existiert eine LR -Zerlegung einer nicht singulären Matrix A ohne Permutationen und mit der Festsetzung $l_{ii} = 1$ für $i = 1, \dots, n$, so ist diese eindeutig.