

Proseminar Numerische Mathematik I, SS 04
6. Programmieraufgabe, abzugeben bis 29. Juni 2004

Schreiben Sie ein Programm, das eine numerische Integration über ein gegebenes Intervall durchführt. Es soll möglich sein, eingegebene Daten oder eine beliebige Funktion zu integrieren. Es soll auch möglich sein, wahlweise die zusammengesetzte Trapez-Regel oder die zusammengesetzte Simpson-Regel zu benutzen.

Verwenden Sie Ihren Code, um die Konvergenzrate der zwei Regeln zu demonstrieren. Insbesondere sollen Sie eine genügend glatte Funktion definieren, die analytisch integriert werden kann, und für die eine Abschätzung

$$|\text{analytisch} - \text{numerisch}(h)| = |\text{Fehler}(h)| = \mathcal{O}(h^m)$$

gilt. Dann wird die Konvergenzrate so abgeschätzt:

$$\log_2 \left[\frac{|\text{Fehler}(2h)|}{|\text{Fehler}(h)|} \right] \approx \log_2 \left[\frac{\mathcal{O}((2h)^m)}{\mathcal{O}(h^m)} \right] \approx \log_2(2^m) = m.$$

Durch eine Folge $\{h_i\}$ mit $h_i = 2h_{i+1}$ sollen Sie sehen, daß $\log_2[|\text{Fehler}(h_i)|/|\text{Fehler}(h_{i+1})|]$ nach m konvergiert.