

Proseminar Numerische Mathematik I, SS 04
4. Programmieraufgabe, abzugeben bis 25. Mai 2004

Schreiben Sie ein Programm um die Funktion $f(x) = \sin(2\pi x) + \sqrt{x^2 + 9}$ zu interpolieren:

1. auf einem äquidistanten Gitter:

$$x_i = -7 + \frac{14i}{n}, \quad i = 0, \dots, n$$

2. auf einem Gitter mit den Tschebyscheff-Knoten:

$$x_i = 7 \cos\left(\frac{2i+1}{2n+2}\pi\right), \quad i = 0, \dots, n$$

für $n = 41, 43, \dots, 71$. Implementieren Sie die folgenden Methoden:

- a. Algorithmus von Neville,
- b. Lösung des Vandermonde Systems,

um das Interpolationspolynom (in jedem Fall $\{1a, 1b, 2a, 2b\}$) zusammen mit $f(x)$ graphisch (`axis([-7 7 1 9])`) darzustellen.

Um die zweite Methode zu implementieren, lösen Sie das Vandermonde System $Va = f$ mit der sogenannten Vandermonde Matrix V :

$$\begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x_0) \\ f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_n) \end{bmatrix}$$

oder:

$$f(x_i) = p_n(x_i) = \sum_{j=1}^n x_i^j a_j \quad i = 0, \dots, n$$

für die Koeffizienten $\{a_j\}$ und werten Sie

$$p_n(x) = \sum_{j=0}^n a_j x^j$$

aus. Berichten Sie $\kappa(V)$ und $\|Va - f\|$ für jedes n .