

Proseminar Numerische Mathematik I (DIPL/LAK), SS 02

7. Übungsblatt, auszuarbeiten bis 23. Mai 2002

Tafelaufgaben:

1. Nach Einstein hängt die kritische Spannung v_0 für den photoelektrischen Effekt von der Frequenz f ab:

$$ev_0 = \hbar f - \phi,$$

wobei

$$\begin{aligned} e &= \text{Elementarladung,} \\ \hbar &= \text{Plancksches Wirkungsquantum,} \\ \phi &= \text{Materialkonstante.} \end{aligned}$$

Die folgende Tabelle gibt entsprechende Messungen:

$f \cdot 10^{-13}$ (Hz)	56	70	79	83	102	120
v_0 (Volt)	0.05	1.00	1.40	1.74	2.43	3.00

Eine lineare Beziehung p_1 zwischen v_0 und f soll diesen Daten so angepaßt werden, dass die Summe der Fehlerquadrate minimal wird. Geben Sie das Polynom ersten Grades $p_1(t)$ an, so dass $v_0 \approx p_1(f)$.

2. Ein Polynom zweiten Grades soll nach der Methode der kleinsten Quadrate an die folgende Meßreihe angepaßt werden:

x	15	16	17	18	19
$f(x)$	26.8	10.3	2.9	5.9	19.1

- (a) Bestimmen Sie das Polynom als eine Entwicklung um den Mittelpunkt, d.h.

$$p_2(x) = c_0 + c_1(x - a) + c_2(x - a)^2 \text{ mit } a = 17.$$

- (b) Sei V ein endlichdimensionaler euklidischer Vektorraum und U ein Unterraum von V . Sei $P : V \rightarrow U$ die Abbildung, die jedem $v \in V$ das eindeutig bestimmte $Pv \in U$ zuordnet, für das $v - Pv \in U^\perp$ gilt. Zeigen Sie: P ist linear.

3. Benutzen Sie die zusammengesetzte Trapezregel und die entsprechende Fehlerabschätzung um das folgende Integral mit absolutem Fehler kleiner als 10^{-3} zu berechnen:

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx.$$

Hausaufgabe:

- (D) Zeigen Sie, dass der Fehler bei der Integration mit der zusammengesetzten Simpson-Regel durch

$$\frac{h^4}{180}(b-a)f^{(4)}(\xi), \quad h = \frac{b-a}{n}, \quad n \text{ gerade}, \quad \xi \in [a, b],$$

gegeben ist.

- (L) Zeigen Sie, dass der Fehler bei der Integration mit der Simpson-Regel durch

$$\frac{h^5}{90}f^{(4)}(\xi), \quad h = \frac{b-a}{2}, \quad \xi \in [a, b],$$

gegeben ist.