

# Numerische Mathematik 1 Übungen

## Blatt 4 – Bearbeitung bis zum 11.11.2014 bzw. 18.11.2014

### Hausaufgaben

Bearbeitung: Aufgaben 1-2 bis 11.11.2014, Aufgaben 3-4 bis 18.11.2014.

1. Schreiben Sie einen Pseudo-Code für Vorwärts Substitution und berechne und die Anzahl der gesamten Operationen.
2. Zeigen Sie, wenn die Zeilen für das System so getauscht werden,

$$\begin{bmatrix} 0.003000 & 59.14 \\ 5.291 & -6.130 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 59.17 \\ 46.78 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5.291 & -6.130 & 46.78 \\ 0.003000 & 59.14 & 59.17 \end{bmatrix}$$

bekommt man mit 4-ziffiger Arithmetik und Aufrundung die Lösung,  $x_2 = 1.000$ ,  $x_1 = 10.00$ .

3. Für die Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

führen Sie Gaußsche Elimination mit einer geeigneten Pivotsuche durch, um eine Permutationsmatrix  $P$ , eine untere Dreiecksmatrix  $L$  und eine obere Dreiecksmatrix  $U$  zu bestimmen, sodass  $PA = LU$  gilt.

4. Eine Bandmatrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  sei mit der Bandbreite  $p + q + 1$  gegeben, wobei  $p$  die linke und  $q$  die rechte Halbbandbreiten sind, d.h. die Anzahl der streng unteren Diagonalen ist  $p$ , und die Anzahl der streng oberen Diagonalen ist  $q$ .
  - (a) Schreiben Sie einen Pseudo-Code zur Implementierung des Gauß Algorithmus für  $A$  mit möglichst wenig arithmetischen Operationen.
  - (b) Leiten Sie eine Funktion  $G(n, p, q)$  her, wobei die Größenordnung der Anzahl der Operationen für die Lösung durch  $\mathcal{O}(G(n, p, q))$  gegeben ist.

Hinweis: Für eine obere Schranke kann man im obigen Code die Schleifengrenzen  $\min(n, k+p)$  und  $\min(n, k+q)$

```
for k=1, ..., n-1           % Pivot-Index
    ...
    for i=k+1, ..., min(n, k+p) % Bis zur linken Grenze
        ...
        for j=k+1, ..., min(n, k+q) % Bis zur rechten Grenze
```

mit  $k+p$  beziehungsweise  $k+q$  ersetzen. Für eine untere Schranke kann man die Schleifengrenze  $n-1$  für das Pivot-Index mit  $\min(n-p, n-q) = n - \max(p, q)$  ersetzen, und dann gelten  $\min(n, k+p) = k+p$  und  $\min(n, k+q) = k+q$ .

### Programmieraufgabe

*Alle Codes sollen an laurent.pfeiffer@uni-graz.at  
per Email bis zum 16.11.2014 geschickt werden.*



und mit dem folgenden Kode:

```
Dxdiag = -ones(N1,N1); Dxdiag(N1,:) = 0;
Dxsup  =  ones(N1,N1); Dxsup(1,:)   = 0;
Dx = spdiags(Dxdiag(:), 0,N1N1,N1N1) ...
    + spdiags( Dxsup(:), 1,N1N1,N1N1);
Dydiag = -ones(N1,N1); Dydiag(:,N1) = 0;
Dysup  =  ones(N1,N1); Dysup(:,1)   = 0;
Dy = spdiags(Dydiag(:), 0,N1N1,N1N1) ...
    + spdiags( Dysup(:),N1,N1N1,N1N1);
D = Dx'*Dx + Dy'*Dy;
```

```
u = (mu*D/h^2 + speye(N1N1)) \ v;
```

Stellen Sie die Ergebnisse  $\{u^*, v, u\}$  so grafisch dar:

```
u      = reshape(u,N1,N1);
v      = reshape(v,N1,N1);
h1 = figure(1); clf; set(h1,'Position',[10 10 900 300]);
subplot(1,3,1);
imagesc(ustar); colormap('gray'); axis image; axis off;
title('exakt');
subplot(1,3,2);
imagesc(v); colormap('gray'); axis image; axis off;
title('verrauscht');
subplot(1,3,3);
imagesc(u); colormap('gray'); axis image; axis off;
title('entrauscht');
```