Mathematische Modellierung für LAK
Übungsblatt 1 unter Ersatzbetreuung von Keeling
19.Mai 2016

1. Entwicklen Sie ein eigenes *Supersize Me!* Modell, das insbesondere geeignet ist für (a) sehr kleine oder (b) sehr große Werte für die Masse. Argumentieren Sie, warum Ihr Modell für diese extremen Fälle geeigneter als das standard Modell (von der Vorlesung) ist.

   Hinweis: Ein Modell soll möglichst einfach sein, wenn es derzeit keinen Grund gibt, ein komplizierteres Modell zu verwenden. Insbesondere kann man mit einer konstanten Funktion beginnen, dann eine lineare Funktion probieren, dann eine quadratische, dann Funktionen einer anderen Art überlegen, usw. Hier ist nämlich ein *empirischer* Aspekt dieses *strukturellen* Modells.

2. Man kann die folgenden Codes verwenden, um einen Parameter (nämlich ϕ) im standard *Supersize Me!* Modell abzuschätzen:

   `http://imsc.uni-graz.at/keeling/modlak_ss16/estsuper.m`
   `http://imsc.uni-graz.at/keeling/modlak_ss16/super.m`

   (a) Passen Sie diese Codes für Ihr Modell vom Beispiel 1 an, um mindestens einen Ihrer Modell-Parameter abzuschätzen. (b) Probieren Sie eine andere Norm (`1`, `2` oder `inf`) in der Ziel-Funktion (`f` in `estsuper.m`) und beobachten Sie den Effekt, wenn Ausreißer (d.h. isolierte Datenpunkte in denen Rauschen signifikant stärker ist als in anderen Punkten) händisch eingeführt werden.

3. Für das logistische Modell

   $$P'(t) = \tau P(t)[K - P(t)], \quad P(t_0) = P_0$$

   (a) leiten Sie eine exakte Lösung (zur Vereinfachung mit $\tau = 1$, $K = 1$, $P_0 = 1/2$, $t_0 = 0$) her (Hinweis: Teilen Sie die Variablen und dann verwenden Sie Partialbruchzerlegung) und (b) lösen Sie das Anfangswertproblem für allgemeine Parameter (τ, K, P_0, t_0) numerisch mit Matlab.

4. Für das Räuber-Beute Modell,

   $$x'(t) = x(t)(a - by(t)), \quad y'(t) = y(t)(cx(t) - d), \quad x(0) = x_0, \quad y(0) = y_0$$

   (a) zeigen Sie, eine Lösungskurve $(x(t), y(t))$ erfüllt $D_t L(x(t), y(t)) = 0$, wobei

   $$L(x, y) = -d\ln(x) + cx - a\ln(y) + by$$

   (obwohl sonst eine exakte Lösung nicht verfügbar ist) und (b) lösen Sie das Anfangswertproblem für allgemeine Parameter (a, b, c, d, x_0, y_0) numerisch mit Matlab.