

Mathematische Modellierung SS19, Übungsblatt 7

Ausarbeitung bis 22. Mai 2019

1. Für $N \in \mathbb{N}$ schreiben Sie einen Matlab Code, um das mathematische Verkehrsmodell aus der Vorlesung numerisch zu lösen,

$$\begin{cases} -Mx_i''(t + \tau) = A \frac{x_i'(t) - x_{i+1}'(t)}{x_{i+1}(t) - x_i(t)}, & t > 0 \\ x_i(0) = x_i^0 \\ x_i'(0) = x_i^1 \end{cases} \quad 1 \leq i \leq N - 1$$

Hier gelten $x_N(t) = u^*t + (N - 1)/\rho^*$, $u^* = u_{\max}/\ln(\rho_{\max}/\rho_c) > 0$ and $\rho^* = \rho_{\max}/e > 0$.

- (a) Für $\tau = 0$ kann ein Löser für gewöhnliche Differentialgleichungen verwendet werden, z.B. `ode23`, etc.
 (b) Für $\tau > 0$ kann man den Löser `dde23` für retardierte Differentialgleichungen verwenden.

Verwenden Sie den Code, um Ergebnisse wie auf Seiten 124 – 126 im Skriptum zu berechnen. Gelöst von Herrn Ofner.

2. Gegeben sei das Verkehrsmodell, $u^* = u_{\max}/\ln(\rho_{\max}/\rho_c) > 0$, $\rho^* = \rho_{\max}/e > 0$,

$$\begin{cases} x_i'(t) = v_i(t) + \alpha D_i(\mathbf{x}(t - \tau)), & t > 0 \\ -Mv_i'(t) = \beta B_i(\mathbf{x}(t - \tau), \mathbf{v}(t - \tau)), & t > 0 \\ x_i(t) = x_i^0 + u^*t, & -\tau \leq t \leq 0 \\ x_i'(t) = x_i^1, & -\tau \leq t \leq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq N - 1, \quad \mathbf{x}(t) = \{x_i(t)\}_{i=1}^N \\ M, \alpha, \beta, \tau > 0 \\ x_N(t) = u^*t + (N - 1)/\rho^* \end{array}$$

mit (vgl. Differenzen der kinetischen Energie)

$$B_i(\mathbf{x}(t), \mathbf{v}(t)) = \begin{cases} \frac{M}{2} \frac{|v_i|v_i - |v_{i+1}|v_{i+1}}{x_{i+1} - x_i} + \frac{M}{2} \frac{|v_i|v_i - |v_{i-1}|v_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & i = 2, \dots, N - 1 \\ \frac{M}{2} \frac{|v_1|v_1 - |x_2'|x_2'}{x_2 - x_1}, & i = 1 \end{cases}$$

und

$$D_i(\mathbf{x}(t)) = \begin{cases} x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1} & i = 2, \dots, N - 1, \\ x_2 - x_1 - 1/\rho^* & i = 1. \end{cases}$$

Für $N \in \mathbb{N}$ schreiben Sie einen Matlab Code, um das Verkehrsmodell numerisch zu lösen. Verwenden Sie den Code, um Ergebnisse wie auf Seiten 124 – 126 im Skriptum zu berechnen. Bestimmen Sie einen idealisierten Zustand für dieses Modell und untersuchen Sie die Stabilität dieses Zustands mit Matlab-Simulationen. Anhand Ihrer Simulationen ändern Sie das Modell so, wie Sie geeignet finden. Gelöst von Frau Freuis.

3. Entwickeln Sie ein mathematisches Modell, um den dynamischen Wärmeverlust durch Doppelverglasung in einem Fenster darzustellen. Zeigen Sie, das Fließgleichgewicht dieses dynamischen Modells stimmt mit dem statischen Ergebnis aus der Vorlesung überein. Gelöst vom Herrn Gaggl.