Mathematische Modellierung
SS18, Übungsblatt 5

Ausarbeitung bis 10. April 2019

1. Entwickeln Sie eine Erweiterung des *Peak Oil* Modells, in der

   (a) das Angebot und die Nachfrage nicht unbedingt zu jeder Zeit gleich bleiben,

   (b) das Kapital nicht unbedingt ju jeder Zeit steigend ist,

   (c) eine Steuerung z.B. des Vorrats verwendet wird, um die Ziele des Monopols optimal zu erreichen.

   Gelöst von Frau Ganster.

2. Für das WTC Modell

   (a) bestätigen Sie die Formeln für die jeweiligen Zeiten und Geschwindigkeiten und

   (b) implementieren Sie das Modell, um die Einstellungen zu bestätigen, bei denen die Fallzeit jener eines freien Falls entspricht.

   Gelöst von Frau Alomerovic.

3. Gegeben sei eine Kette von Kompartimenten,

$$T_0, F \to \boxed{T_1} \overset{\kappa_{1,2}}{\longleftrightarrow} \boxed{T_2} \overset{\kappa_{2,3}}{\longleftrightarrow} \quad \cdots \quad \overset{\kappa_{n-1,n}}{\longleftrightarrow} \boxed{T_n} \to F$$

   wobei in jedem Kompartiment Wärme wohl gemischt ist, und daher hat das $i$te Kompartiment eine einzige Temperatur T_i. Durch Konvektion wird Flüssigkeit von links nach rechts mit der Flussrate F transportiert, und die konstant bleibende Tempartur der zugeführten Flüssigkeit ist T_0. Für $i = 1, 2, \ldots, n-1$ wird Wärme durch Diffusion zwischen Kompartimenten i und $i+1$ mit dem Temperaturübergangskoeffizient $\kappa_{i,i+1}$ transportiert. Entwickeln Sie ein dynamisches Modell vom Wärmetransport durch diese Kette von Kompartimenten und mit selbst ausgewählten Paramtern führen Sie eine Simulation mit Matlab durch. Gelöst vom Herrn Gaggl.

4. Gegeben sei ein waagerechter Schlauch mit Radius R und Länge L:

$$p_1, F \to \boxed{\qquad\qquad\qquad L, R, \nu \qquad\qquad\qquad} \quad p_2$$

   Mit einem fixierten Druck p_1 wird eine Flüssigkeit auf der Zuflussseite (links) eingeführt, und zwar gegen einen fixierten Druck p_2 auf der Abflussseite (rechts). Die Flussrate F wird als dynamische Größe modelliert. Angenommen im Gleichgewicht, d.h. $F'(t) = 0$, gilt das Poiseuillesche Gesetz,

$$P := p_1 - p_2 - F \cdot W = 0$$

   wobei $W = 8\nu L/(\pi R^4)$ der Widerstand der Flüssigkeit mit Viskosität ν ist. Im dynamischen Zustand gilt $P \neq 0$ als treibende Kraft pro Flächeneinheit für die Änderung der Flussrate F. Seien $A = \pi R^2$ der Schnittflächeninhalt des Schlauches, ρ die Dichte und $v = F/A$ die Geschwindigkeit der Flüssigkeit. Dann ist die Masse der Flüssigkeit durch $\rho L A$ gegeben. Laut dem Newtonschen Gesetz gilt

$$\rho L A v'(t) = AP.$$

   Mit selbst ausgewählten Parametern simulieren Sie die dynamische Flussrate $F(t)$ mit dem Anfangswert $F(0) = 0$. Gelöst vom Herrn Gaggl.