

# Mathematische Modellierung

## SS19, Übungsblatt 1

Ausarbeitung bis 12. März 2019

1. Seien für das *Supersize Me!* Problem folgende gemessene Daten gegeben:

```
n = 30;
t = linspace(0,30,n);
p = 1.0; % Stufe des Messfehlers
m = 231.48 + (84-231.48)exp(-t/361.11) + p*randn(1,n);
```

Entwickeln Sie eine Methode zur Abschätzung des Parameters  $\phi$  im Modell

$$m'(t) = \epsilon/\kappa - m(t)\phi/\kappa, \quad m(0) = 84, \quad \epsilon = 5000, \quad \kappa = 7800$$

und implementieren Sie diese Methode mit Matlab. Für verschiedene Werte  $p$  für den Messfehler, vergleichen Sie Ihren abgeschätzten Wert mit dem Wert  $\phi = 21.6$  in der Vorlesung. Ist Ihre Methode robust gegenüber Ausreißer in den Daten? Hinweis: Überlegen Sie eine Zielfunktion mit entweder der  $\ell_2$ - oder der  $\ell_1$ -Norm der Differenzen zwischen simulierten und gemessenen Daten. Gelöst von Frau Swoboda.

2. Entwickeln Sie eine Verbesserung des *Supersize Me!* Modells, die geeigneter ist für sehr große Werte von der Masse. Erklären Sie warum Ihr Modell geeigneter ist. Hinweis: Überlegen Sie das Verhalten des Fließgleichgewichts bezüglich anderer Parameter. Gelöst von Frau Freuis.
3. Gegeben sei das folgende System von Differentialgleichungen als stochastisches Modell der Entdeckung von Schätzen in einer Landschaft durch zufälliges Wandern:

$$\begin{aligned} p'_0(t) &= -\beta p_0(t) \\ p'_n(t) &= -\beta p_n(t) + \beta p_{n-1}(t), \quad n = 1, 2, \dots, N-1 \\ p'_N(t) &= \beta p_{N-1}(t) \end{aligned} \quad 0 \leq t \leq T$$

Bestimmen Sie die Anfangsbedingungen, die dem Zustand entsprechen, dass keine Schätze zur Zeit  $t = 0$  entdeckt worden sind. Wählen Sie Werte  $\beta, T > 0$  und  $N \in \mathbb{N}$  aus, und lösen Sie das Anfangswertproblem mit Matlab, wobei  $\{p_n(t)\}_{n=0}^N$  gemeinsam für  $t \in [0, T]$  grafisch dargestellt werden sollen. Mit den Lösungen  $\{p_n(t) : t \in [0, T]\}_{n=0}^N$  bestimmen Sie den Erwartungswert  $E_N(t)$  der Schätze, die bis zur Zeit  $t$  entdeckt worden sind. Stellen Sie das Ergebnis  $E_N(t)$  und auch  $E(t)$  von der Vorlesung gemeinsam grafisch dar, und vergleichen Sie die Graphen für  $N$  immer größer. Gelöst von Herrn Ofner.