

Mathematische Modellierung SS18, Übungsblatt 7

Ausarbeitung bis 1. Mai 2018

1. Für $N \in \mathbb{N}$ schreiben Sie einen Matlab Code, um das mathematische Verkehrsmodell aus der Vorlesung numerisch zu lösen,

$$\begin{cases} -Mx_i''(t + \tau) = A \frac{x_i'(t) - x_{i+1}'(t)}{x_{i+1}(t) - x_i(t)}, & t > 0 \\ x_i(0) = x_i^0 \\ x_i'(0) = x_i^1 \end{cases} \quad 1 \leq i \leq N - 1$$

Hier gelten $x_N(t) = u^*t + (N - 1)/\rho^*$, $u^* = u_{\max}/\ln(\rho_{\max}/\rho_c)$ and $\rho^* = \rho_{\max}/e$.

- (a) Für $\tau = 0$ kann ein Löser für gewöhnliche Differentialgleichungen verwendet werden, z.B. `ode23`, etc.
 (b) Für $\tau > 0$ kann man den Löser `dde23` für retardierte Differentialgleichungen verwenden.

Verwenden Sie den Code, um Ergebnisse wie auf Seiten 124 – 126 im Skriptum zu berechnen.

2. Entwickeln Sie ein Verkehrsmodell

$$\begin{cases} -Mx_i''(t + \tau) = \text{Bremsenkraft}_i, & t > 0 \\ x_i(0) = x_i^0 \\ x_i'(0) = x_i^1 \end{cases} \quad 1 \leq i \leq N - 1, \quad x_N(t) = u^*t + (N - 1)/\rho^*$$

mit der auf kinetische Energie basierenden

$$\text{Bremsenkraft}_i = \frac{M}{2} \frac{(x_i')^2 - (x_{i+1}')^2}{x_{i-1} - x_i} \quad \text{für das } i\text{te Auto.}$$

Wiederholen Sie die Analysis, die für die Bremsenkraft im Skriptum durchgeführt worden ist, z.B. idealisierter Zustand, kontinuierliche und diskrete Stabilität ohne bzw. mit Reaktionszeit.

3. Für $N \in \mathbb{N}$ schreiben Sie einen Matlab Code, um das eigene mathematische Verkehrsmodell des letzten Beispiels numerisch zu lösen. Verwenden Sie den Code, um Ergebnisse wie auf Seiten 124 – 126 im Skriptum zu berechnen.
 4. Entwickeln Sie ein mathematisches Modell, um den dynamischen Wärmeverlust durch Doppelverglasung in einem Fenster darzustellen. Zeigen Sie, das Fließgleichgewicht dieses dynamischen Modells stimmt mit dem statischen Ergebnis aus der Vorlesung überein.