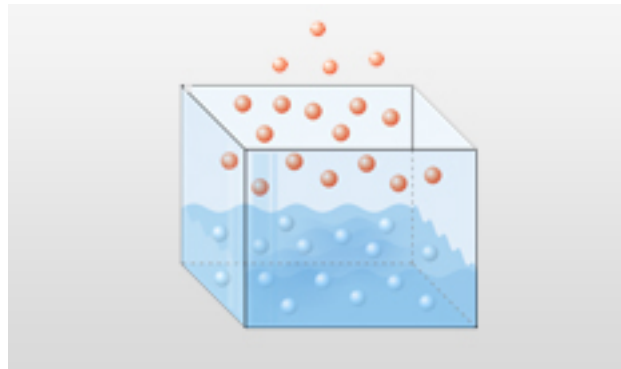


Verdunstung von Wasser

Steuber Daniel, Haschek Sarina

30. Juni 2013



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Grundlegende Modelle	3
2.1	Verdunstung durch die Energie der Sonne	4
2.2	Verdunstung durch die Luft	5
3	Erweitertes Modell	6
4	Verdunstung über einen Zeitraum von vielen Tagen	8
4.1	Optimale Bedingungen für 100000 Liter	9
5	Ausblick	9
	Literatur	11

1 Einleitung

In dieser Projektarbeit wird die Verdunstung von Wasser modelliert. Bei der Verdunstung von Wasser geht dieses von dem flüssigen Zustand in den Gasförmigen über. Die Verdunstung kann von folgenden Faktoren abhängen, der Lufttemperatur, der Luftfeuchtigkeit, der Sonneneinstrahlung und der Windstärke.

Die Verdunstung wird auf zwei verschiedene Arten betrachtet. Die erste Variante ist die Verdunstung durch die Sonneneinstrahlung und die zweite Variante ist die Verdunstung ohne der Sonneneinstrahlung, in diesem Fall wird von der Saugkraft der Luft gesprochen. Danach werden beide Varianten kombiniert um die Verdunstung für einen Tag bestimmen zu können.

Mit diesem Wissen ist es möglich die Verdunstung für einen längeren Zeitraum zu bestimmen und dieses Verhalten zu beobachten.

2 Grundlegende Modelle

Die Verdunstung von Wasser lässt sich aus der Umgebung und dem Zustand des Wassers ermitteln. Ein wichtiger Einfluss der Umgebung, der im ersten Modell betrachtet wird, ist die Energie der Sonne.

Jeder hat schon sicherlich selbst bemerkt, dass die Wäsche in der Sonne schneller trocknet als im Schatten. Das Trocknen der Wäsche ist auch eine Verdunstung, da das Wasser in der Wäsche vom flüssigen Zustand in den gasförmigen übergeht. Analoges Verhalten lässt sich am Verdunsten von Lacken betrachten, die auch in der Sonne schneller trocknen als im Schatten.

Um das Modell nicht zu komplex zu gestalten wird die Verdunstung in prismaförmigen Becken mit einer gegebenen Menge Wasser in Liter, die der Verdunstung ausgesetzt werden, und einer gegebenen Tiefe (in Meter) des Beckens betrachtet.

Des Weiteren spielt die Lufttemperatur für die Verdunstung eine große Rolle. Die Lufttemperatur sei abhängig von den Sonnenstunden und so gewählt, dass sich die Wassertemperatur zwischen zwanzig und dreißig Grad befindet.

Ein wichtiger Bestandteil für die Verdunstung ist die Verdampfungsenthalpie des Wassers. Die Verdampfungsenthalpie des Wassers beschreibt die notwendige Energie um einen Liter Wasser verdampfen zu lassen. Die molare Verdampfungsenthalpie, aus der Literatur [1], kann in folgender Form abhängig von der Wassertemperatur berechnet werden:

$$H = 50.09 - 0.9298 \cdot (T/1000) - 65.19 \cdot (T/1000)^2.$$

Um die genaue Verdampfungsenthalpie bestimmen zu können, muss man noch die Wassertemperatur, hier $T \in [20, 30]$ ermitteln. Diese wird mit einer in Matlab geschriebenen Funktion abhängig von den Sonnenstunden bestimmt. Es ergibt sich für die Enthalpie des Wassers bei zwanzig Grad ein Wert von 44.2152 und bei dreißig Grad ein Wert von 43.8172. Es muss daher bei wärmerem Wasser weniger Energie aufgebracht

werden um dieses zu verdunsten. Die Enthalpie des Wasser H befindet sich im Intervall [43.8172, 44.2152].

Da die Verdampfungsenthalpie in Kilojoule pro Mol gegeben ist, kann diese durch die molare Masse des Wassers 18.02 dividieren und erhält somit die Kilojoule pro Gramm. Dies würde Megajoule pro Kilogramm entsprechen.

Mit dieser Erkenntnis kann man nun anhand der Energie der Sonne oder der Saugkraft der Luft den Verdunstungsprozess betrachten.

2.1 Verdunstung durch die Energie der Sonne

Bei der Verdunstung von Wasser in einem prismaförmigen Becken wirkt die Energie der Sonne nur auf die Oberfläche des Wassers. Anhand der Menge des Wassers (V in Liter) und der Tiefe des Beckens (h in Meter) lässt sich sofort die Oberfläche (O in Quadratmeter) ermitteln. Hier muss noch auf die Einheiten aufgepasst werden, die Liter entsprechen Kubikdezimeter, diese müssen in Kubikmeter umgerechnet werden.

Unter Berücksichtigung der Einheiten ergibt sich folgende Formel für die Oberfläche

$$O = \frac{V}{10^3 h}.$$

Die Energie der Sonne lässt sich mittels der Solarkonstante $740 \frac{J}{sm^2}$ beschreiben, zu finden in der Literatur [2]. Dies ist die durchschnittliche Sonnenenergie die auf eine Oberfläche wirkt.

Somit ergibt sich folgende Gleichung um die Energie pro Stunde auf der Oberfläche O zu ermitteln

$$E = O \cdot 740 \cdot 3600.$$

Die bisher berechnete Leistung der Sonne bezieht sich auf einen Quadratmeter der senkrecht zur Strahlung steht. Da die Sonne nur mittags, bzw zu einem bestimmten Zeitpunkt senkrecht steht ergibt sich folgender Zusammenhang für die Strahlungsleistung einer bestrahlten Fläche

$$E \cdot \int_0^{\pi} \sin(x) dx.$$

Hier ist x der Winkel zwischen der Einfallrichtung und der Strahlung der Oberfläche. Da das Integral symmetrisch ist und die Sonne in diesem Modell beim aufgehen und

untergehen den gleichen Einfallswinkel hat ergibt sich $2E \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx$.

Aufgrund der variierenden Sonnenstunden ergibt sich folgende Umformung für die Leistung der Sonne

$$2E \int_{\frac{\pi}{2} \frac{8-S}{8}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx.$$

Hier befinden sich die Sonnenstunden für einen Tag in einem Intervall $[0, 8]$, das heißt an einem schönen Tag sind bis zu acht Stunden Sonne möglich und an einem schlechten Tag wäre auch gar keine Sonne möglich.

Indem man die zuvor berechnete Energie der Sonne abhängig vom Einfallswinkel durch die Enthalpie des Wassers dividiert erhält man die Menge an Wasser die verdampft.

Alle notwendigen Gleichungen um die Menge Wasser, die durch die Energie der Sonne verdunstet, zu berechnen:

$$H = \frac{50.09 - 0.9298 \cdot (T/1000) - 65.19 \cdot (T/1000)^2}{18.02}, \quad (1)$$

$$O = \frac{V}{10^3 \cdot h}, \quad (2)$$

$$E = \frac{O * 740 * 3600}{10^6}, \quad (3)$$

$$W = \frac{2E}{H} \int_{\frac{\pi}{2} - \frac{8-S}{8}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx. \quad (4)$$

In dieses Modell kann man die verdunstete Menge Wasser in Liter anhand einer gegebenen Menge Wasser in einem prismaförmigen Becken mit einer gegebenen Tiefe h und der gegebenen Anzahl der Sonnenstunden berechnen.

2.2 Verdunstung durch die Luft

Die Verdunstung durch Wasser kann auch ohne der Energie der Sonne stattfinden. Ansonsten würde eine Lacke im Schatten nie trocknen oder die Wäsche im Schatten. Für diese Form von Verdunstung wird der Begriff Saugkraft der Luft verwendet.

Bei dieser Form von Verdunstung spielt die Luftfeuchtigkeit eine große Rolle. Die Luftfeuchtigkeit sagt aus wieviel Wasser noch in die Luft aufgenommen werden kann. Bei einer Sättigung der Luftfeuchtigkeit von 100 Prozent kann die Luft kein verdunstetes Wasser mehr aufnehmen, dies ist nur mehr in Form von Nebel oder Kondensation möglich.

Desweiteren spielt der Wind für die Verdunstung einen wichtigen Beitrag. In diesem Modell ist der Wind so, dass er die Luftfeuchtigkeit konstant hält. Das heißt, wenn Wasser durch die Saugkraft der Luft verdunstet sollte sich die Luftfeuchtigkeit erhöhen, jedoch ist der Wind so gewählt, dass neue Luft mit niedriger Luftfeuchtigkeit hinzukommt bzw. die aufgenommen Wassermoleküle von Wind weggetragen werden. Daher herrscht eine konstante Luftfeuchtigkeit.

Auch hier wird angenommen, dass die Wassertemperatur zwischen 20 und 30 Grad variiert, diese wird anhand der Sonnenstunden des Tages ermittelt. Somit ist auch hier aufgrund der niedrigeren Verdampfungsenthalpie bei wärmeren Wasser leichteres Verdunsten möglich als bei kälterem Wasser.

Die Saugkraft $S \frac{J}{m^3}$ der Luft lässt sich nach dem van't Hoff'schen Gesetz in Abhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit F berechnen, die sich auf folgender Literatur [3] nachlesen lässt. Die Saugkraft der Luft ist mit folgender Formel gegeben:

$$S = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{18.02} \cdot \log\left(\frac{100}{F}\right). \quad (5)$$

Die Konstante ρ ist die Dichte des Wasser, die in diesem Fall bei 1 ist. Die Konstante R ist die allgemeine Gaskonstante $8.13 \frac{J}{mol \cdot K}$. Die Temperatur Wasser ist in Kelvin gegeben und die 18.02 ist die molare Masse des Wassers. Als letzter Wert ist noch F zu bestimmen, dies ist die Luftfeuchtigkeit in Prozent.

Durch die Gleichung (5) lässt sich mit der zuvor festgelegten Luftfeuchtigkeit und den festgelegten Anzahl von Sonnenstunden, die Temperatur des Wassers und die Saugkraft der Luft für einen Tag bestimmen.

Alle notwendigen Gleichungen für die Menge Wasser, die durch die Saugkraft der Luft verdunstet, zu berechnen:

$$H = \frac{50.09 - 0.9298 \cdot (T/1000) - 65.19 \cdot (T/1000)^2}{18.02}, \quad (6)$$

$$S = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{18.02} \cdot \log\left(\frac{100}{F}\right) \quad (7)$$

$$W = \frac{S \cdot V}{H10^6} \quad (8)$$

Indem man die Energie der Saugkraft auf das gesamte Volumen betrachtet, die Einheit von Joule in Megajoule umwandelt und die Verdampfungsenthalpie berücksichtigt, erhält man die Menge Wasser W , die an einem Tag verdunstet.

3 Erweitertes Modell

In diesem Modell werden nun die beiden zuvor beschriebenen Modelle vereint um die Verdunstung für einen ganzen Tag zu modellieren.

Die Wassertemperatur wird durch die Anzahl der Sonnenstunden bestimmt, diese wird einmal bestimmt und konstant für den Tag angenommen. Die Verdunstung durch die Energie der Sonne hängt auch hier von den Sonnenstunden ab, je mehr Stunden Sonne, desto mehr Wasser kann dadurch verdunsten. Die Verdunstung durch die Energie der Luft wird durch die Luftfeuchtigkeit bestimmt. Diese Form von Verdunstung wirkt unabhängig von der Anzahl der Sonnenstunden während des ganzen Tages.

Durch die zuvor beschriebenen Formeln ergeben sich nun folgende Gleichungen mit

entsprechenden Umformungen:

$$H = \frac{50.09 - 0.9298 \cdot (T/1000) - 65.19 \cdot (T/1000)^2}{18.02} \quad (9)$$

$$O = \frac{V}{10^3 \cdot h} \quad (10)$$

$$E = \frac{O \cdot 740 \cdot 3600}{10^6} \quad (11)$$

$$W = \frac{2E}{H} \int_{\frac{\pi}{2} \frac{8-S}{8}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx \quad (12)$$

$$S = \frac{V}{H} \cdot \frac{8.13 \cdot T}{18.02} \cdot \log\left(\frac{100}{F}\right) \cdot \frac{1}{10^6} \quad (13)$$

Für diese Modell kann man das Volumen (in Liter), die Tiefe (in Meter) des prismaförmigen Beckens, die Anzahl der Sonnenstunden $S \in [0, 8]$ und die Luftfeuchtigkeit $F \in [0, 100]$ angeben. Anhand der Sonnenstunden S wird die Wassertemperatur $T \in [20, 30]$ ermittelt.

Man sieht sofort, dass bei 0 Sonnenstunden keine Verdunstung durch die Energie der Sonne stattfinden kann, da in Gleichung (12) das Integral von $\frac{\pi}{2}$ bis $\frac{\pi}{2}$ berechnet wird und dieses ist null. Umso mehr Sonnenstunden der Tag hat, umso mehr Wasser kann durch die Energie der Sonne verdunstet. Des weiteren ist bei einer Luftfeuchtigkeit von 100 Prozent, die Gleichung (13) null, da $\log(\frac{100}{F})$ mit $F = 100$ gleich 0 ist. Je niedriger die Luftfeuchtigkeit ist, desto mehr Wasser kann die Luft aufnehmen.

Einige Resultate für die Verdunstete Wassermenge an einem Tag von einem prismaförmigen Becken mit 100000 Liter:

Tiefe(m)	Sonnenstunden(h)	Luftfeuchtigkeit	durch Sonne(l)	durch Luft(l)
2	0	50	0	3.7362
2	1	50	21.2001	3.7362
2	3	50	60.4808	3.7846
2	5	50	90.8439	3.8496
2	8	50	109.5581	3.8988
2	1	25	21.2001	7.5046
2	3	25	60.4808	7.5691
2	5	25	90.8439	7.6992
2	8	25	109.558	7.7976
20	1	10	2.12	12.4649
20	3	10	6.0481	12.5721
20	5	10	9.0844	12.7881
20	8	10	10.9558	12.9515

4 Verdunstung über einen Zeitraum von vielen Tagen

Die Verdunstung des Wasser über mehrere Tag hinweg hat ein Verhalten analog zur Zerfallsfunktion $Z(t)$, diese Funktion beschreibt den Zerfall (also die Verdunstung von Wasser) nach t Tagen.

$$Z(t) = V \cdot f^t,$$

mit $f = (V - W)/V$ hier ist V das Volumen in Liter und der Wert W stellt die Menge Wasser die Verdunstet ist dar.

Die Verdunstung von 100000 Liter Wasser in 5000 Tagen wird in Abbildung 1 dargestellt. Das prismaförmige Becken hat eine Tiefe von 2 Meter, die Luftfeuchtigkeit hat 30 Prozent und die Sonnenstunden wurden für jeden Tag auf 6 Stunden festgelegt.

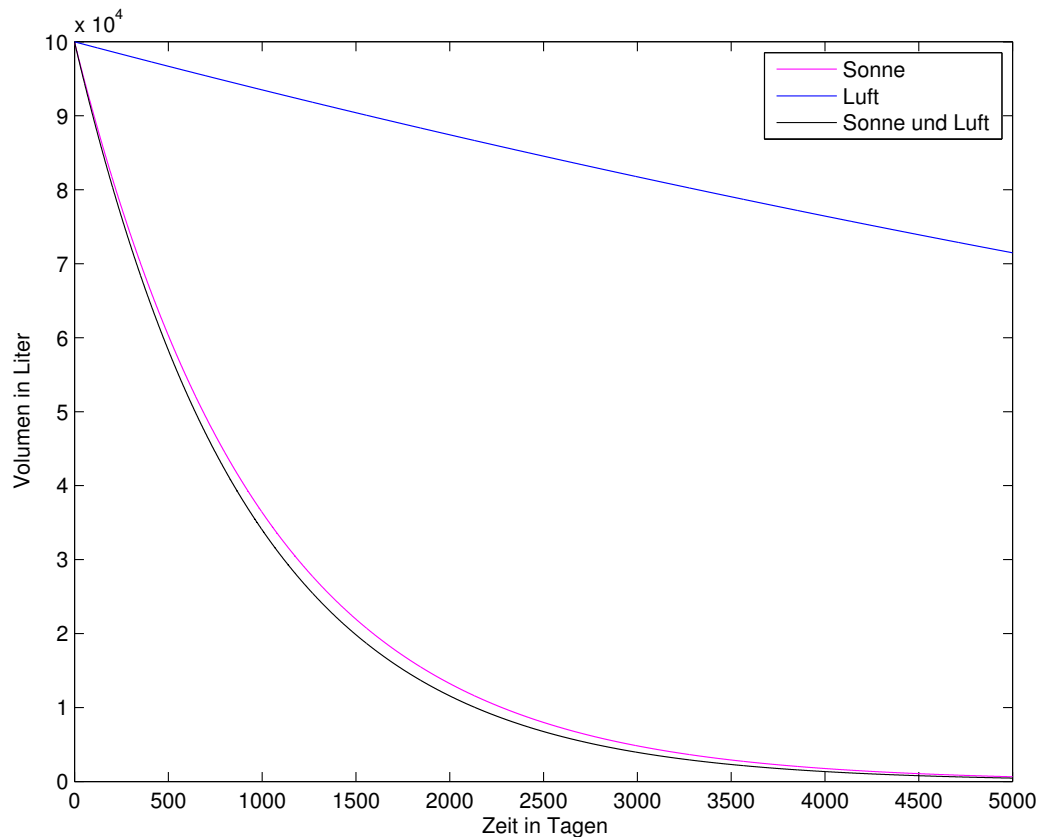


Abbildung 1: Verdunstung von Wasser

Die Kurve Sonne beschreibt den Abnahmeprozess des Volumen in Liter nur durch Einwirkung der Sonnenenergie, wohingegen die Kurve Luft den Abnahmeprozess des Volumens durch Einwirkung der Saugkraft der Luft darstellt. Der Abnahmeprozess des

Volumen durch die Kurve Sonne und Luft dargestellt beschreibt das Volumen nach Einwirkung der Sonnenenergie und der Saugkraft der Luft nach t Tagen.

Die Saugkraft der Luft leistet einen geringen Beitrag für die Verdunstung des Wassers. Ohne Sonnenenergie würde somit die Verdunstung des Wasser sehr lange dauern. In diesem Fall bräuchte man in etwa 100000Tage.

Bei der Verdunstung durch die Sonnenenergie ist in der Abbildung 1 zu entnehmen, dass das Volumen nach 5000 Tage beinahe verdunstet ist.

Somit ist für die Verdunstung hauptsächlich die Energie der Sonne verantwortlich. Da die Energie nur auf die Oberfläche wirken kann ist es für eine möglichst schnelle Verdunstung sinnvoll eine möglichst große Oberfläche zu wählen, das heißt eine geringe Tiefe des Beckens. Des weitern ist ein Ort mit möglichst vielen Stunden Sonne am Tag ratsam. Mit einer niedrigen Luftfeuchtigkeit lässt sich die Verdunstung um etwas beschleunigen.

Anzumerken ist, dass für dieses Modell für jeden Tag die selbe Anzahl von Sonnenstunden angenommen wurde und eine fixe Luftfeuchtigkeit.

4.1 Optimale Bedingungen für 100000 Liter

Was sind realistische und gute Bedingungen, um eine große Menge Wasser möglichst schnell verdunsten zu können?

Es wird versucht die Tiefe des Becken minimal zu Wählen, um eine möglichst große Oberfläche zu erhalten, auf die die Sonnenenergie wirken kann. Hier wäre 1 Meter sehr niedrig. Sinnvoll ist es einen Ort zu nehmen, an dem acht Stunden am Tag die Sonne scheint, damit die Sonnenenergie so lange wie möglich wirken kann. Des weiteren ist einen niedrige Luftfeuchtigkeit wichtig, es sei die Luftfeuchtigkeit bei 25.

In Abbildung 2 ist zu sehen, dass es unter den besten Bedingungen möglich ist, diese Menge Wasser in knapp 3000 Tagen zu verdunsten. Jedoch muss man davon ausgehen, dass jeder Tag die gleichen Bedingungen hat, es nie regnet und vor allem eine Fläche von 100 Quadratmeter zu Verfügung hat.

5 Ausblick

In den bisherigen Modellen wurde die Wassertemperatur für den gesamten Tag konstant abhängig von den Sonnenstunden berechnet. Eine Erweiterung des Modelles wäre es die Temperatur für jede Stunde zu berechnen und somit die dazu entsprechenden Bedingung für den Einfallswinkel der Sonne, falls Sonne scheint. Daher könnten man versuchen einen Tag zu modellieren in dem man jede Stunde betrachtet und die verdunstete Menge ermittelt.

Noch eine Erweiterung wäre möglich indem man versuchen könnte die Oberfläche variabel anzunehmen in dem man einen Pyramide betrachtet oder eine kreisförmige Oberfläche betrachtet. Man könnte somit ermitteln, welcher Körper sich am besten für die Verdunstung durch die Sonnenenergie eignet und welcher Körper sich für die Verdunstung durch die Saugkraft der Luft oder andere Kräfte am besten eignet.

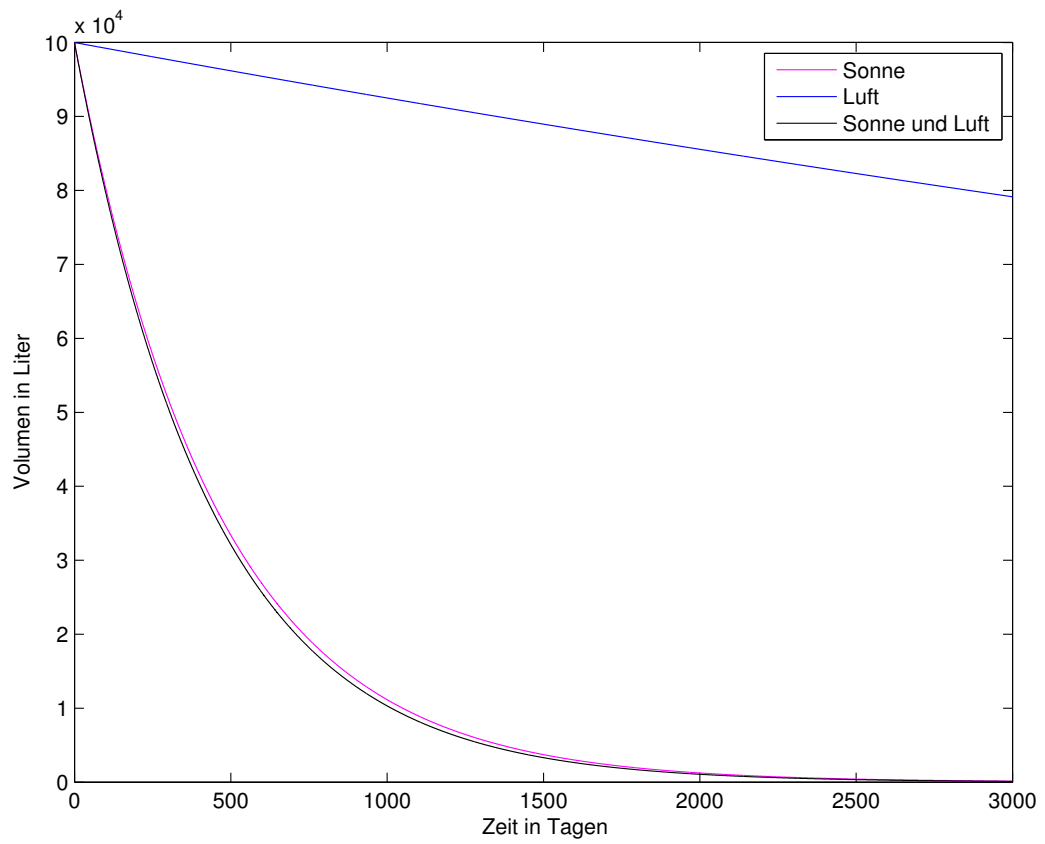


Abbildung 2: Optimale Verdunstung

Den Wind könnte man auch noch besser in das Modell einbauen, da bei Wind die Wäsche deutlich schneller trocken ist. Auch ist die Wäsche schneller trocken, wenn es warm ist das heißt, wenn es eine hohe Lufttemperatur gibt.

Literatur

- [1] <http://de.wikipedia.org/wiki/Verdampfungswärme> Juni 2013.
- [2] 2013 <http://de.wikipedia.org/wiki/Solarkonstante> Juni.
- [3] 2013 www.hydroskript.de Juni.