

Strömung von Menschenmassen, Evakuierung von Menschen in einer Notsituation

Alexander SCHRAFL

0411293

29. Juni 2009

1 Einleitung und Motivation

Im folgenden Projekt geht es darum, das Verhalten von einer Menschenmasse zu untersuchen, die auf ein gemeinsames Ziel zusteuert. Dabei kann es sich sowohl um Menschen in einer Notsituation handeln, als auch um Menschen, die durch „drängeln“ ein spezielles Ziel erreichen wollen (vgl. das im Vorschlag angegebene youtube-Video).

Dieses Verhalten der Menschen soll in einer computergestützten Simulation dargestellt werden. Beim erstellten Modell werden verschiedene Parameter verwendet, welche je nach Bedarf angepasst werden können. Das Grundprinzip beruht einerseits auf Einflüsse von Außen, wie die Geometrie des Raumes oder die Lage des Fluchtpunktes, und andererseits auf der Interaktion der Menschen untereinander. Durch Variation der Parameter können so verschiedene Szenarien nachgestellt werden.

Ein zweiter Teil des Projekts beschäftigt sich mit der Fluchtsituation von Menschen, wenn es darum geht mehrere Räume zu durchlaufen um zum Ziel zu gelangen. Dabei werden Räume als Knoten aufgefasst und Verbindungen, wie Türen oder Gänge als Kanten.

2 Ziele

Das Ziel des ersten Teils des Projekts ist, eine Simulation zu erhalten, die das vermutete Verhalten von Menschen in einer derartigen Situation wiedergibt. Durch die Veränderung

der Parameter soll eine Anpassung an gegebene Situationen möglich sein. Schlussendlich soll ausgewertet werden, wie lange alle Personen brauchen, um ihr Ziel zu erreichen, sowie ein Durchsatz an Personen ersichtlich werden. Der ermittelte Durchsatz kann im Folgenden an den zweiten Teil des Projektes übergeben werden. Dieser dient dort als Kapazität für eine Kante die eine Türe darstellt. Auch im zweiten Teil ist es das Ziel, die Zeit für die Evakuation zu berechnen. Des Weiteren können so überladene Fluchtwege oder zu geringe Kapazitäten abgeschätzt werden.

Als Programmierwerkzeug dient MATLAB. Der gesamte Code wurde für diese Sprache erstellt und befindet sich auch als Hardcopy im Anhang der Arbeit.

3 Größenbereich der Simulation und Beschränkungen

Das Programm erfordert keine Begrenzung an zu evakuierenden Menschen. Prinzipiell kann jede beliebige Menschenmasse modelliert werden, jedoch unter dementsprechenden Rechenaufwand. Anzahlen von 500 Personen und mehr können noch leicht in angemessenen Tempo simuliert werden. Dies gilt für beide Teile des Modells. Aufgrund der Implementierung wurde die Geometrie des Raumes auf eine rechteckige Fläche vereinfacht. Der Fluchtpunkt ist zentriert an einer Wand angebracht und kann aber in seiner Größe variiert werden. Welche Vereinfachungen im Laufe des Prozesses gemacht wurden ist im weiteren Bericht enthalten.

4 Verlauf der Modellierung

Die Simulation wurde aus einem Grobprinzip heraus verfeinert. Zu Beginn der Modellierung wurde nur die Bedingung gestellt, dass es äußere und innere Einflüsse auf die Individuen gibt. Aufgrund der Komplexität der Simulation und der hohen Anzahl an Personen, wurde schon frühzeitig die Entscheidung getroffen, ein diskretes Verfahren zu implementieren. Hierzu wurden nun passende physikalische Prinzipien gesucht, die die geforderten Kriterien und Parameter erfüllen. Danach ging es daran, die Parameter analytisch abzuschätzen um Startwerte für eine gelungene Simulation zu erhalten.

Jetzt erfolgte der Schritt der Implementierung, wobei zu den Grundprinzipien noch Bedingungen geschaffen wurden, die Personen steuern wenn es zu Randbedingungen kommt (z.B. Person würde „durch die Mauer laufen“). Mit Hilfe der fertigen Simulation wurden nun die analytisch gefundenen Parameter überprüft.

5 Teil 1: Strom einer Menschenmasse auf eine Fluchttüre (Zieltor)

5.1 Generelle Überlegungen

Für die von Außen wirkende Kraft habe ich mich für ein Vektorfeld entschieden. Diese Vektoren repräsentieren Kräfte, die immer in Richtung des kürzesten Weges zum Ausgang gerichtet sind. Egal wo sich eine Person im Raum befindet, ist diese „statische Kraft“ immer konstant. Dazu wird noch ein Anteil einer ortsabhängigen Kraft addiert. Je näher eine Person dem Ausgang kommt, desto stärker ist diese. Damit soll modelliert werden, dass eine Person, die nahe am Ausgang ist, einen noch stärkeren Willen hat diesen zu passieren.

Die Kräfte die zwischen den Personen herrschen müssen folgendem Gesetz gehorchen: Es gibt einen optimalen Abstand zwischen den Personen. Dieser ist im Allgemeinen die Schulterbreite. Stehen also zwei Personen genau in diesem Abstand, so wirken sie keine Kräfte aufeinander aus. Kommen sie sich jedoch zu nahe, so müssen sie sich gegenseitig abstoßen, um nicht übereinander zu stehen. Im Gegensatz dazu haben Menschen in einer solchen Situation die Eigenschaft dorthin zu gehen, wo sich schon andere Personen befinden, da vermutet wird, dass sich dort der Fluchtweg befindet. Daher sollen sich Personen, die über die Schulterbreite hinaus entfernt sind, gegenseitig anziehen.

Die folgenden Modellierungsschritte richten sich nach dem Aufbau und dem Ablauf der Simulation:

5.2 Äußere Kräfte

Für das Modell wird der Raum in quadratische Felder (Zellen) mit frei wählbarer Zellbreite d aufgeteilt. Diese Zellen werden als $(l \times b)$ -Matrix aufgefasst. Dabei ist $b \cdot d$ die Breite des Raumes und $l \cdot d$ die Länge (Tiefe) des Raumes. Die Felder der Matrix liegen in einem Koordinatensystem, welches gleich gerichtet ist wie die Indices der Matrix, eingebettet. Mit der Größe *door* wählt man aus, wieviele Felder der Raumbreite als Ausgang zur Verfügung stehen.

Die konstante Kraft pro Zelle richtet sich nun folgendermaßen aus: Zellen links oder rechts der Türe zeigen in die Mitte des äußersten linken oder rechten Türfeldes. Die Kraft in Zellen, in denen die Fluchtrichtung normal auf die Türe steht, zeigen auch normal auf diese. Zu beachten ist, dass für die Berechnung immer der Mittelpunkt einer Zelle gewählt wird, bei der Tür jedoch der äußere Rand der Zelle.

Wie groß ist die Kraft?

Allgemein gilt:

$$\ddot{x}(t) = \frac{F}{m}$$
$$\int_t^{t+\Delta t} \ddot{x}(t) = \int_t^{t+\Delta t} \frac{F}{m} \cdot dt$$

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)|_t^{t+\Delta t} &= \frac{F \cdot t}{m}|_t^{t+\Delta t} \\ \dot{x}(t + \Delta t) - \dot{x}(t) &= \frac{F}{m} \cdot (t + \Delta t - t) \\ \dot{x}(t + \Delta t) &= \frac{F}{m} \cdot \Delta t + \dot{x}(t) \\ v(t + \Delta t) &= a \cdot \Delta t + v(t)\end{aligned}$$

Beachtet man, dass Carl Lewis 1991 bei seinem Weltrekord eine Maximalgeschwindigkeit von $12m/s$ innerhalb von 4,5 Sekunden erreicht hat, errechnet sich eine Beschleunigung von $\approx 2,6m/s^2$. Für einen schnell gehenden Menschen kann man eine Beschleunigung von ca. $1,0m/s^2$ annehmen. Die Masse für die Personen wird im gesamten Projekt „1“ gesetzt, woraus folgt:

$$F_{statisch} = 1$$

Hinzu kommt noch ein nicht-konstanter Teil der abhängig von der Entfernung des Fluchtweges ist. Dieser wird benutzt um die „Attraktivität“ des Ausganges zu modellieren. Im Ursprung wurde angedacht, mit dem physikalischen Prinzip der Gravitation zu arbeiten. Dabei wird der Türe eine große Masse zugeordnet, welche die Personen anzieht.

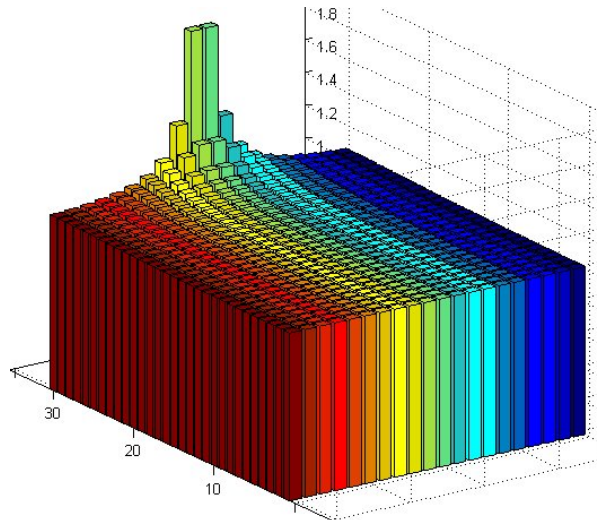
$$F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = c_1 \cdot \frac{1}{r^2}$$

Wie gezeigt erhält man eine wählbare Konstante und man sieht, dass die „Attraktivität“ der Türe umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat der Person ist. In der Simulation hat sich jedoch gezeigt, dass das der quadratische Term unvorteilhaft ist. Deshalb wurde er durch den normalen Abstand ersetzt, wodurch man bessere Werte erhält:

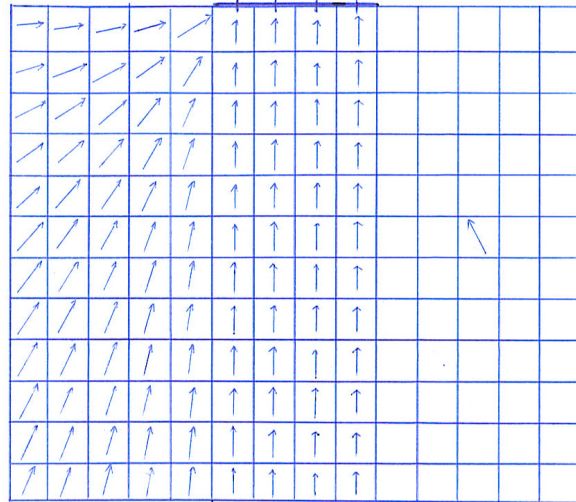
$$F_G = c_1 \cdot \frac{1}{r}$$

Für c_1 eignen sich Werte zwischen 0,5 und 1. Die Ausrichtung der zusätzlichen Kraft ist gleich jener der konstanten Kraft und wird zu dieser in jeder Zelle addiert:

$$F_{außen} = F_{statisch} + F_G$$



Äußere Kräfte (ohne Richtung)

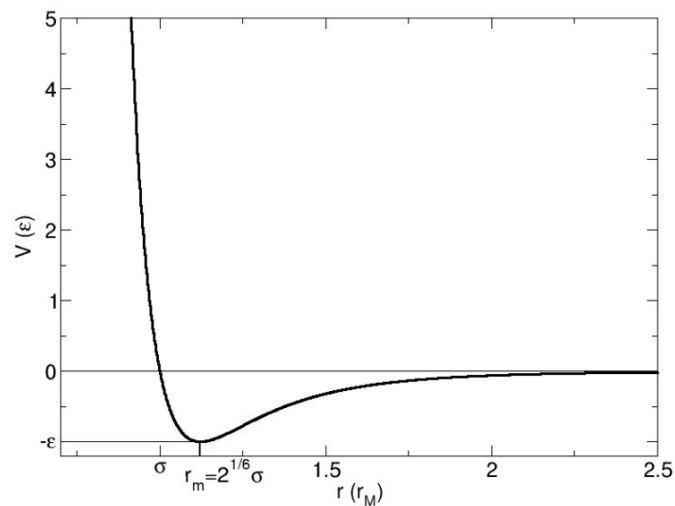


Richtungen der statischen Kraft im Feld, rechte Seite gespiegelt)

5.3 Innere Kräfte

Wie oben angesprochen, sollen sich zu nahe gekommene Menschen „abstoßen“, weit entfernte „anziehen“. Ein dazu passendes Modell findet sich im Bereich der Moleküldynamik. Dort stellt man sich die Frage, welcher Abstand von Atomkernen derjenige ist, bei dem sich Anziehung und Abstoßung die Waage halten. Das grundlegende Modell ist ein Potential, nämlich das „Lennard-Jones-(n,m)“ Potential:

$$P(r) = 4 \cdot \epsilon \cdot \left(\left(\frac{\sigma}{r} \right)^n - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^m \right)$$



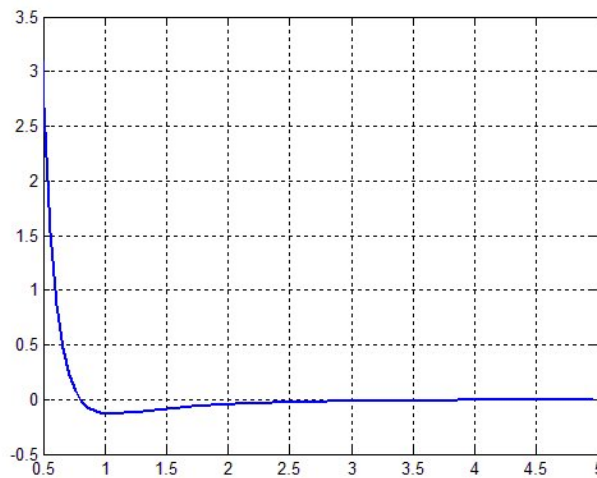
Lennard-Jones(12,6)-Potential

Es handelt sich hierbei um eine spezielle Form des „Mie-Potentials“. Mit $n=12$ und $m=6$ erhält man die in der Moleküldynamik übliche Darstellung. Diese Werte sind für dieses Modell jedoch unpassend, da der Anstieg speziell links der Potentialmulde viel zu stark ist. Daher wird für diesen Zweck ein (3,2)-Potential in Erwägung gezogen.

$$P(r) = 4 \cdot \epsilon \cdot \left(\left(\frac{\sigma}{r} \right)^3 - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^2 \right)$$

Um nun die Kraft zwischen zwei Personen berechnen zu können, muss das Potential zunächst nach r abgeleitet werden:

$$F_{LJ}(r) = -P'(r) = 4 \cdot \epsilon \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{\sigma^3}{r^4} \right) - 2 \cdot \left(\frac{\sigma^2}{r^3} \right) \right)$$



Kraft in Abhängigkeit der Distanz zweier Personen

Nun müssen noch passende Werte für σ und ϵ gefunden werden. Betrachten wir zunächst σ . σ soll so gewählt werden, dass sich das Gleichgewicht bei der gewählten Schulterbreite einstellt. Man muss dazu die Kraft Null setzen:

$$0 = 4 \cdot \epsilon \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{\sigma^3}{r^4} \right) - 2 \cdot \left(\frac{\sigma^2}{r^3} \right) \right)$$

$$0 = 4 \cdot \epsilon \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{\sigma^3}{r^4} \right) - 2 \cdot \left(\frac{\sigma^2}{r^3} \right) \right) \quad \epsilon \neq 0$$

$$3 \cdot \frac{\sigma^3}{r^4} = 2 \cdot \frac{\sigma^2}{r^3} \quad r \neq 0$$

$$3 \cdot \frac{\sigma}{r} = 2 \quad \Rightarrow \sigma = \frac{2 \cdot r}{3}$$

Mit einer gewählten Schulterbreite von 0,8 m ergibt dies einen Wert von 0,533.

Zur Bestimmung von ϵ gibt es folgende Überlegung: Im Modell wird die zulässige Maximalgeschwindigkeit $v_{max} = 3m/s$ gesetzt. Der Minimale Abstand wird mit 0,5m festgelegt. Treffen sich nun zwei Personen, so soll die „Bremskraft“ so groß sein, dass bei einem Zusammentreffen mit v_{max} die Geschwindigkeit während zwei Berechnungsschritten auf $v = 0$ herabgesetzt wird:

$$v_{max} + \Delta v = 0 \quad \Rightarrow \Delta v = -v_{max} \quad \Delta v = a \cdot \Delta t$$

$$a \cdot \Delta t = -v_{max} \quad \Delta t = 1s$$

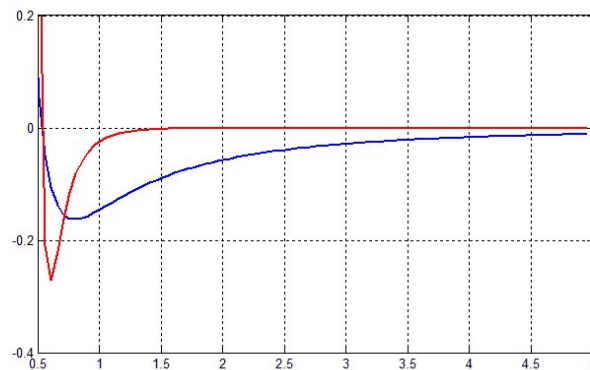
$$a = -3$$

Da wir für $m=1$ annehmen, folgt daraus, dass bei einem Abstand von 0,5m eine Kraft von 3N entgegenwirken muss. Die setzt man in die obige Formel ein:

$$F_{LJ}(r) = 4 \cdot \epsilon \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{\sigma^3}{r^4} \right) - 2 \cdot \left(\frac{\sigma^2}{r^3} \right) \right) \quad \text{mit } \sigma = 0,533 \text{ und } r = 0,5$$

$$3 = 4 \cdot \epsilon \cdot \left(3 \cdot \left(\frac{0,533^3}{0,5^4} \right) - 2 \cdot \left(\frac{0,533^2}{r^3} \right) \right)$$

$$\epsilon \approx 0,275$$



L-J Potential für $\sigma = 0,533$ und $\epsilon = 0,275$. rot = (12,6), blau = (3,2)

Das Programm berechnet nun für jede Person die hergeleiteten Kräfte aus dem modellierten Potential mit jeder anderen Person im Raum. Man beachte dabei, dass für $F_{LJ}(r)$ gilt:

$$\lim_{r \rightarrow 0} F_{LJ}(r) = -\infty \quad \lim_{r \rightarrow \infty} F_{LJ}(r) = 0$$

Aus diesem Grund gibt es eine untere Grenze für diese Kraft. Kämen sich in einem Rechenschritt zwei Personen sehr nahe, so würde die Abstoßung so hoch, dass eine Person aus dem Raum „fliegen“ würde. Im Gegensatz beachte man, dass die gegenseitige Anziehung bei großer Distanz minimal wird. Um bei hoher Personenzahl Rechenzeit zu sparen, kann man den Aktionsradius, in dem Personen miteinander agieren, eingrenzen.

5.4 Addition der Kräfte und Betrachtung einer Dichtefunktion

Die Gesamtkraft, welche auf eine Person einwirkt, ergibt sich nun aus der Summe der äußeren und der inneren Kräfte:

$$F_{Gesamt} = F_{außen} + F_{LJ}$$

Nun wird noch berücksichtigt, dass sich Personen, die von anderen behindert werden nicht frei bewegen können. Daher wird für jede Zelle ein „Reibungsverlust“ einberechnet. Um dies zu ermöglichen zählt das Programm, wieviele Personen sich im Rechenschritt in der jeweiligen Zelle befinden und speichert diesen Wert in eine $(l \times b)$ -Matrix. Für jede Person wird nun berechnet, in welcher Zelle sie sich befindet, und wie hoch der Verlust an Kraft durch „Reibung“ ist. Mit $0 < \mu \leq 1$ bezeichne den Verlustfaktor.

$$F_{tatsächlich} = \mu \cdot F_{Gesamt}$$

Die Funktion, mit der μ berechnet wird ist eine empirisch gewählte. Dabei zu beachten ist, dass sich die Gehgeschwindigkeit rasch verlangsamt, wenn eine Zelle „voll“ ist. Die Beeinflussung untereinander ist auch von der Feldgröße abhängig. Je größer ein Feld ist, desto mehr Personen können sich darauf bewegen, ohne sich zu behindern. Es wird angenommen, dass es keine Beeinflussung bei 1 Person pro Quadratmeter gibt. Leider konnte ich keine bekannten Funktionen zu diesem Thema finden. Das Modell:

$$\mu = \frac{d^2}{\# [Personen/Zelle]}$$

5.5 Berechnung der Geschwindigkeitsänderung und neue Positionierung

Aus den so erhaltenen Kräften wird nun die Geschwindigkeitsänderung der einzelnen Personen berechnet. Wie zuvor gezeigt ergibt sich folgende Formel. Man beachte wieder, dass $m=1$ gesetzt wurde:

$$\dot{x}(t + \Delta t) = \frac{F}{m} \cdot \Delta t + \dot{x}(t)$$

$$v(t + \Delta t) = a \cdot \Delta t + v(t)$$

Achtung! Die Berechnung aller Kräfte und Geschwindigkeiten erfolgt immer komponentenweise, da durch die Änderung der Kraft auch eine Änderung der Richtung der Bewegung erfolgt!

Im letzten Schritt werden nun die neuen Positionen der Personen berechnet:

$$\begin{pmatrix} s_x^{neu} \\ s_y^{neu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x^{alt} \\ s_y^{alt} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \end{pmatrix} \cdot \Delta t$$

5.6 Überprüfung der Positionierung

Ein heikler Punkt bei der Implementierung war die Überprüfung der Positionen. Zuerst muss überprüft werden, ob eine Person „gerettet“ ist oder nicht. Im Programm gilt eine Person dann als gerettet, wenn sie sich in einem Korridor befindet, der normal auf den Ausgang steht und außerhalb des Raumes ist. Sie wird dann aus der Positionsmatrix gelöscht. Weiters war zu überlegen was geschieht, wenn eine Person in die Wand läuft. Läuft eine Person gegen die Seitenwand oder die Rückwand, so wird sie in Schulterbreite von der Wand weg neu positioniert. Läuft sie in die Frontwand, so wird ihre y-Koordinate gespiegelt. Dadurch soll auch simuliert werden, dass Personen die sich am Rand des Gedränges befinden wiederum probieren durch die Mitte zum Ziel zu kommen. Details siehe im Programm.

5.7 Diskretisierung

Das Modell ist diskret erstellt und ist auch dementsprechend implementiert. Die Zeitschritte sind frei wählbar, empfehlenswert ist jedoch ein Zeitschritt von 1 Sekunde. Die Rechenschritte werden nicht nach dem Eulerverfahren ausgeführt, sondern nach dem „Leap-Frog-Verfahren“, zu Deutsch „Bocksprung-Verfahren“. Es ist eine Abwandlung des „Verlet-Verfahrens“ und genauer als das Eulerverfahren.

Die Leapfrog-Integration berechnet abwechselnd die Positionen x und die Geschwindigkeiten v zu unterschiedlichen Zeitpunkten, ähnlich wie beim Bockspringen. Die Schrittgleichungen für das Verfahren lauten:

$$x_{i+1} = x_i + v_{i+1/2} \quad i = 1, \dots, N$$

$$v_{i+3/2} = v_{i+1/2} + \Delta v_{i+1} \quad i = 1, \dots, N$$

mit den Startwerten x_0 und $v_{1/2}$.

In Worten bedeutet dies, dass zur Berechnung der nächsten Position die Geschwindigkeit eines halben Zeitschritts vorher und eines halben Zeitschritts später herangezogen wird. Der Einsatz dieses Verfahren beugt einem eventuell größeren Fehler beim Eulerischen Verfahren vor, da zusätzlich Werte in der Intervallmitte herangezogen werden. Die Startpositionen werden im Programm durch eine Zufallsmatrix erstellt. Danach wird

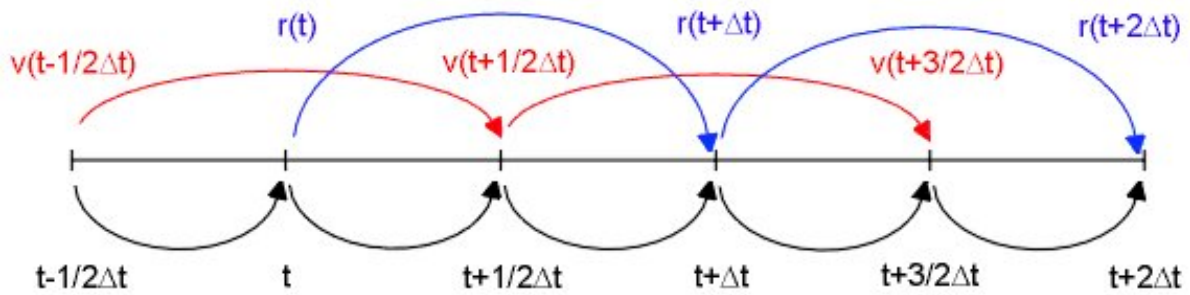
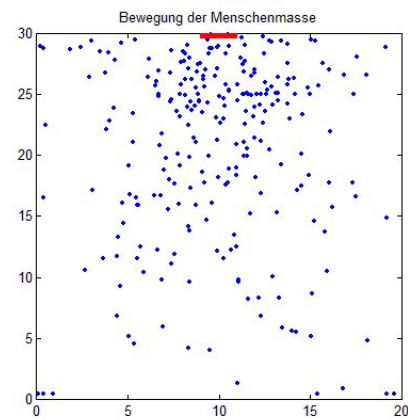
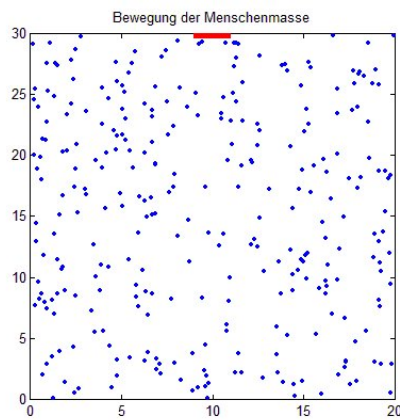


Abbildung 1: Leap-Frog-Verfahren

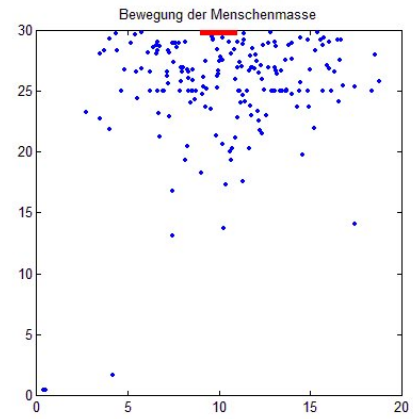
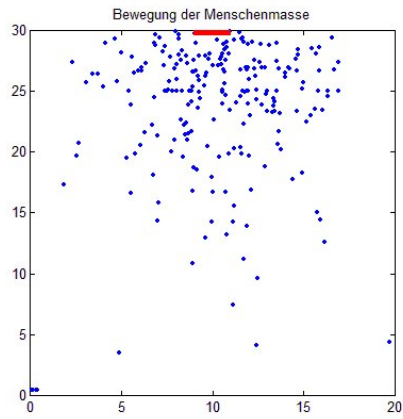
$v_{1/2}$ nach einem halben Zeitintervall ermittelt. Die restlichen diskreten Schritte erfolgen nach obigen Formeln.

5.8 Validierung

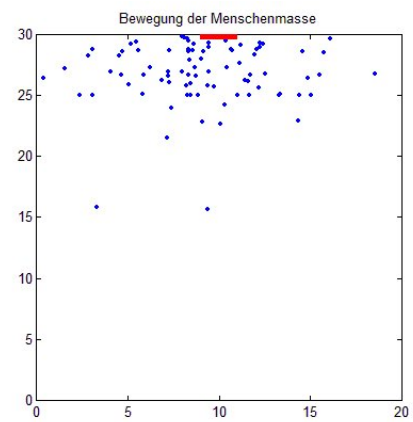
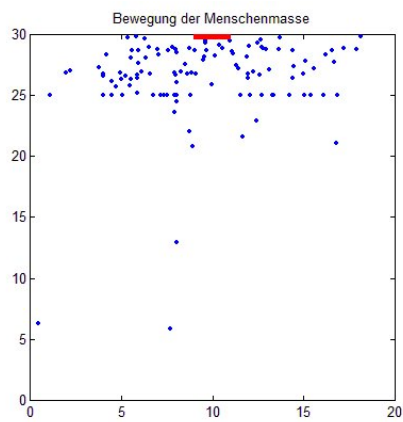
Das Modell kommt der Bewegung einer realistischen Menschenmasse sehr nahe. Mit Hilfe eines Plots Zeit gegen evakuierte Personen kann man den Durchsatz gut abschätzen. Auch das Heranziehen eines Mittelwerts für den Durchsatz ist anzudenken. Für eine echte Validierung müsste die Situation mit Probanden nachgestellt werden. So könnte man eventuelle Fehler der Simulation erkennen und ausbessern (andere physikalische Grundprinzipien, andere Werte für die Parameter).



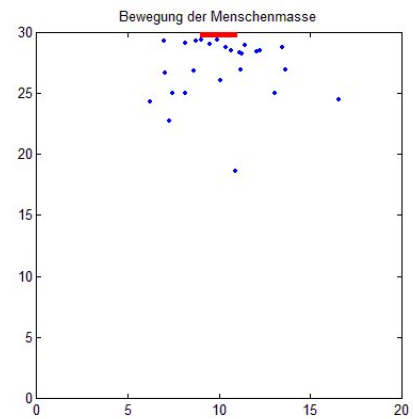
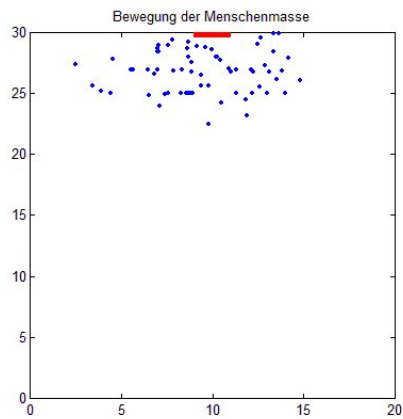
Positionen nach 0 und 5 Sekunden



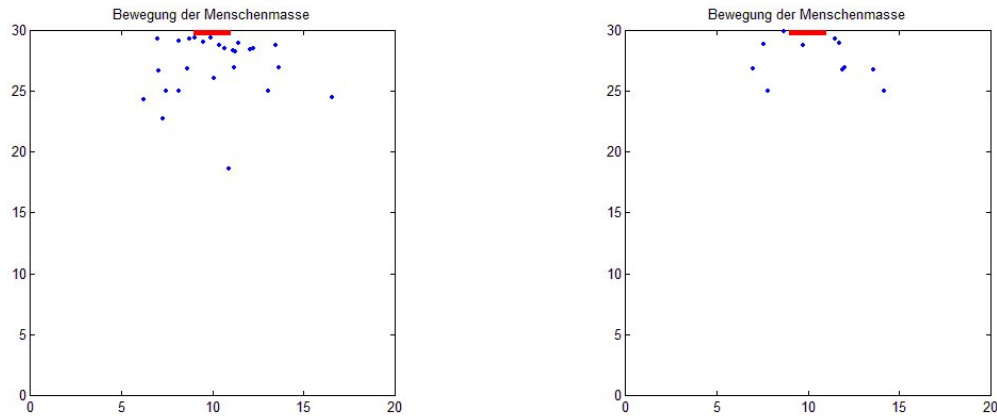
Positionen nach 10 und 15 Sekunden



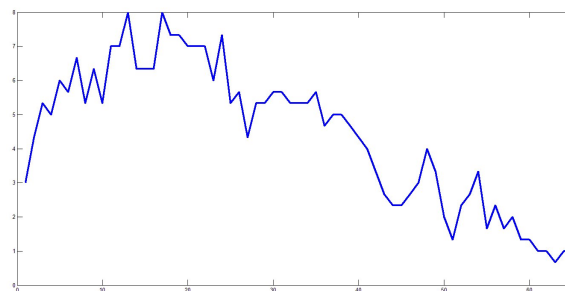
Positionen nach 25 und 30 Sekunden



Positionen nach 35 und 40 Sekunden



Positionen nach 45 und 50 Sekunden



Evakuierte Personen pro Zeiteinheit

6 Teil 2: Evakuierung von Personen durch ein Fluchtsystem

6.1 Generelle Überlegungen

In diesem Abschnitt wird ein Modell gezeigt, welches einen Menschenstrom durch mehrere Räume nach außen simuliert. Dabei ist wiederum anzumerken, dass die Simulation praktisch keine Grenzen kennt, d. h. die Anordnung der Räume und deren Anzahl ist beliebig.

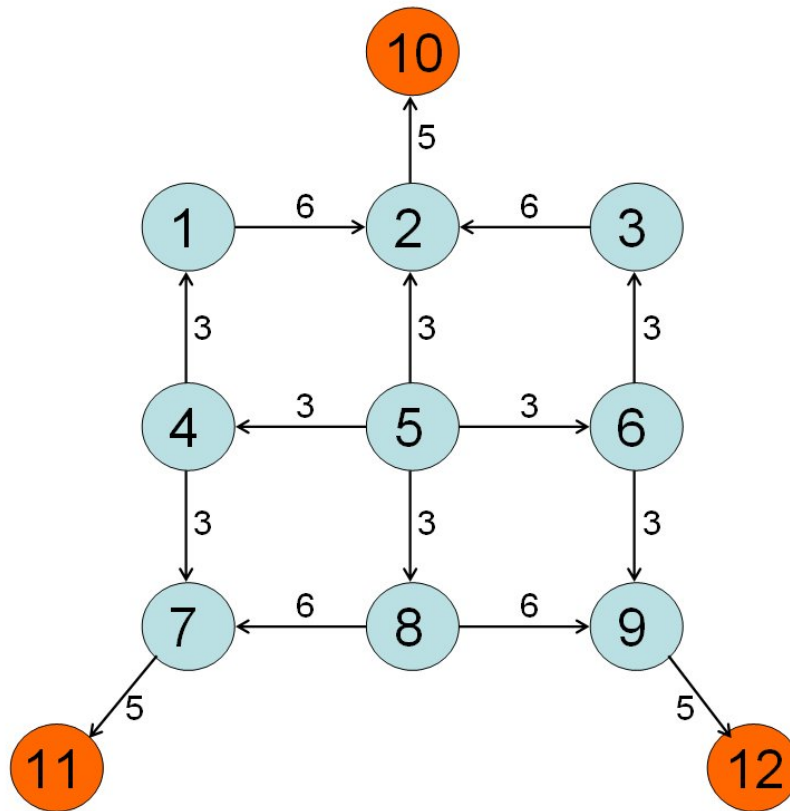
Das Prinzip dieses Modells beruht auf Komponenten der Graphentheorie. Dabei werden Räume als Knoten definiert, die eine bestimmte Anzahl an Personen aufnehmen können, und Fluchttüren oder Gänge als Kanten. Diese bekommen Kapazitäten zugeordnet, also einen Wert, wieviele Personen durch Gang oder Türe pro Zeiteinheit geschleust werden können. Dann wird die Simulation zum Laufen gebracht.

Ersichtlich wird die Zeit zur Räumung, aber auch ob sich gewisse Fluchtwege überladen oder Kapazitäten zu gering sind. Ein derartiges Modell kann daher hilfreich in der Planung von Fluchtwegen und Sammelplätzen sein.

Die Beschreibung des Modells erfolgt wiederum nach dem Ablaufschema des Programms anhand eines Beispiels.

6.2 Geometrie und Kapazitäten

Im folgenden sehen wir ein Diagramm, welches unsere Räume im Gebäude symbolisiert. Blaue Kreise sind dabei Räume (Knoten) in unserem Gebäude, rote Kreise (Knoten) sind Sammelplätze. Die Kanten sind *gerichtet* und zeigen immer in Richtung des Fluchtweges. Über den Kanten sind die Kapazitäten vermerkt, also der Durchsatz pro Zeiteinheit. Dieser kann aus anderen Modellen berechnet werden, wie beispielsweise aus dem ersten Modell.



Dazu wird nun eine zugehörige Kapazitätsmatrix erstellt. Dabei bedeutet ein Eintrag an der (i,j) -ten Stelle, dass es eine Kante mit angegebener Kapazität gibt, die vom Knoten i zum Knoten j zeigt. Die Matrix ist eine $(n \times n)$ -Matrix, wobei n die Anzahl der Knoten ist:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Zusätzlich wird noch ein Vektor festgelegt, der die Höchstkapazitäten für die einzelnen Knoten speichert:

$$\vec{K}_{max} = (100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 100 \quad 1000 \quad 1000 \quad 1000)$$

6.3 Berechnungsschritt

Das Programm benötigt nun noch die Eingabe der Anfangskapazitäten in den jeweiligen Knoten.

$$\vec{K}_{Anfang} = (25 \quad 50 \quad 25 \quad 50 \quad 100 \quad 50 \quad 25 \quad 50 \quad 25 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

Nun werden folgende Schritte ausgeführt, wobei es sich wiederum um ein diskretes Modell handelt:

Es wird eine „Ladematrix“ erstellt. Diese ist von der Form der Kapazitätsmatrix. Sind im Ausgangsknoten noch mindestens so viele Personen vorhanden, wie die Summe der Kapazitäten ist, die vom Knoten weg führen, so wird sie mit genau diesen Kapazitäten geladen. Dies ist anfänglich der Regelfall. Sind weniger Personen im Knoten vorhanden als gefordert, so wird die Ladematrix gewichtet beladen. Dabei sind auch nicht natürliche Zahlen zulässig.

Als nächstes wird überprüft, ob die Zielknoten in der Lage sind, die ankommende Personenanzahl aufzunehmen, d. h. ob die voraussichtliche neue Knotenkapazität nicht das gegebene Maximum im Knoten übersteigt. Sollte dies der Fall sein, so wird die Ladematrix dementsprechend verändert, dass der Knoten im Rechenschritt nur bis zum Maximum befüllt wird. Auch dieser Schritt geschieht gewichtet.

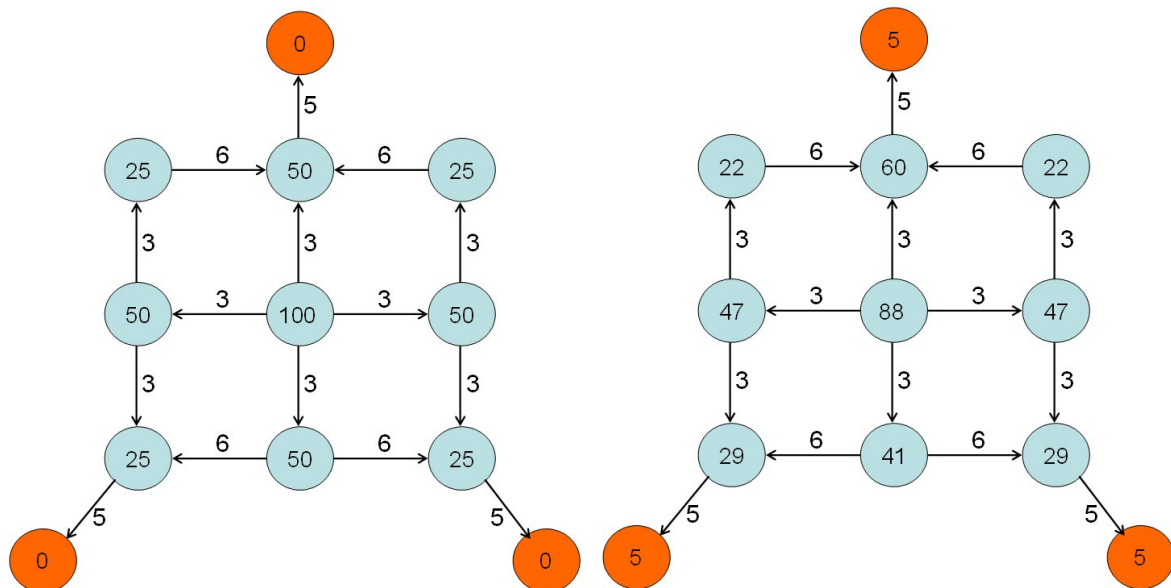
Am Ende des Algorithmus bekommt man eine $(n \times n)$ -Matrix, die genau beschreibt, wieviele Personen von welchen Knoten zu welchen Knoten wandern. Die Schleife läuft solange, bis alle Menschen am Sammelplatz sind. Die Kontrolle erfolgt über die Summation der Knoten im Gebäude.

6.4 Einschränkungen und Validierung

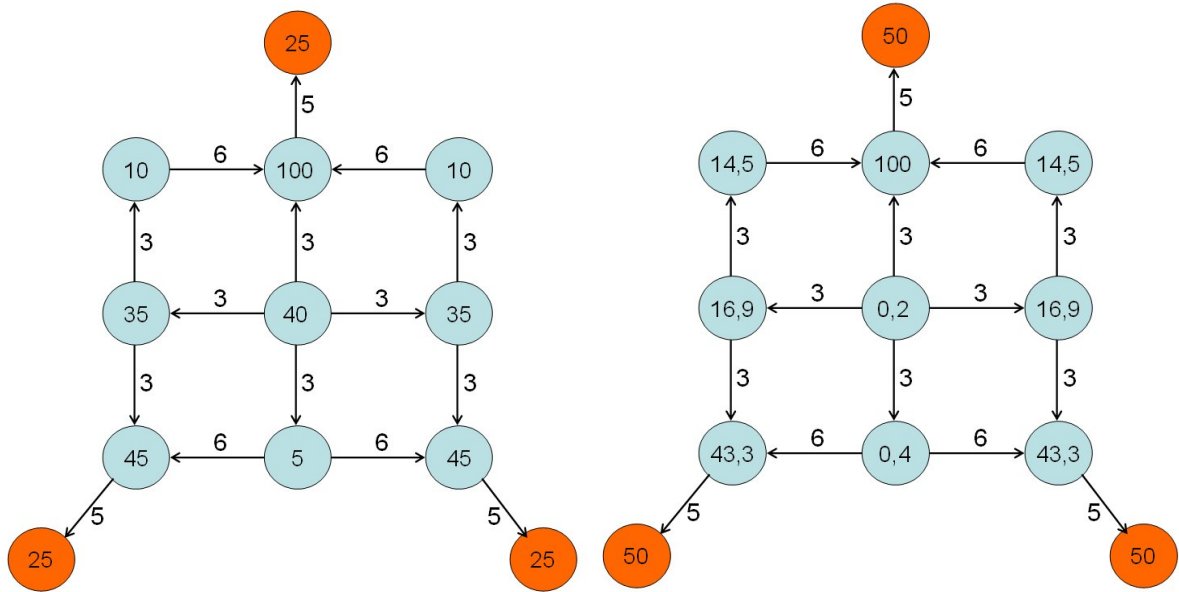
Das Modell dient nur zur Überprüfung von bereits vorhandenen Plänen der Fluchtwege. Es können so eventuelle Fehler aufgespürt werden, wie beispielsweise zu schmale Türen, falsch geleitete Fluchtwege oder zu schmale Gänge. Es ist mit dem Programm nicht möglich, die optimalen Kapazitäten und Fluchtwege zu berechnen.

Auch hier wäre eine Validierung durch Versuche wünschenswert. Allerdings sei erwähnt, dass dieses Modell in sich richtig ist. Problematischer ist die Bestimmung der Kapazitäten wie dies durch Modelle wie zuvor beschreibbar ist.

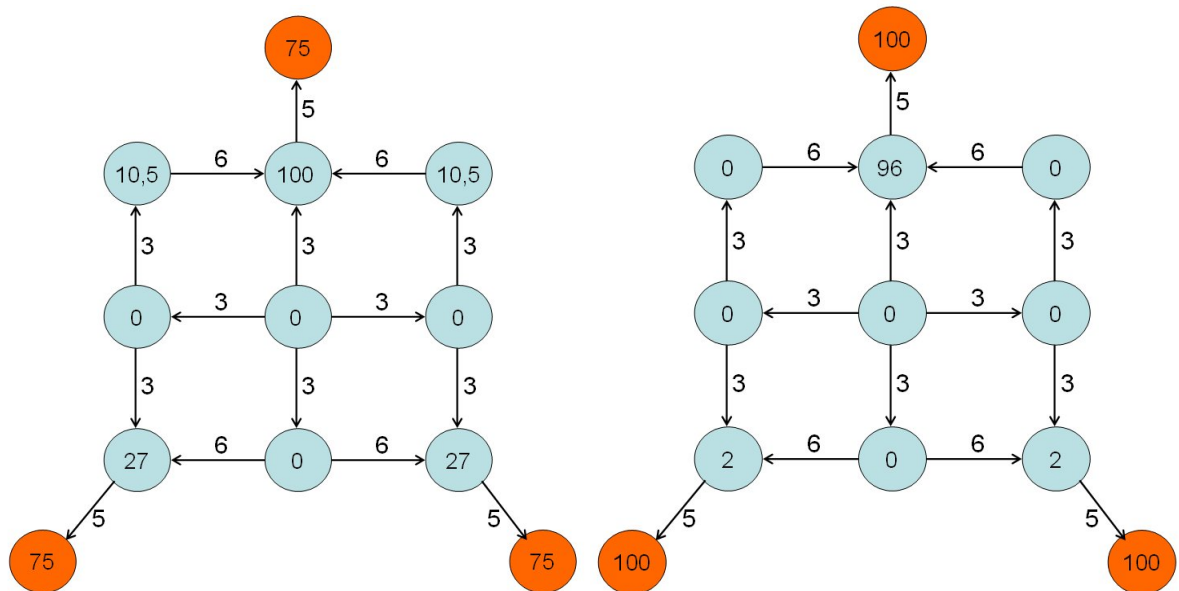
6.5 Auszug für Zeitpunkte mit obigen Bedingungen



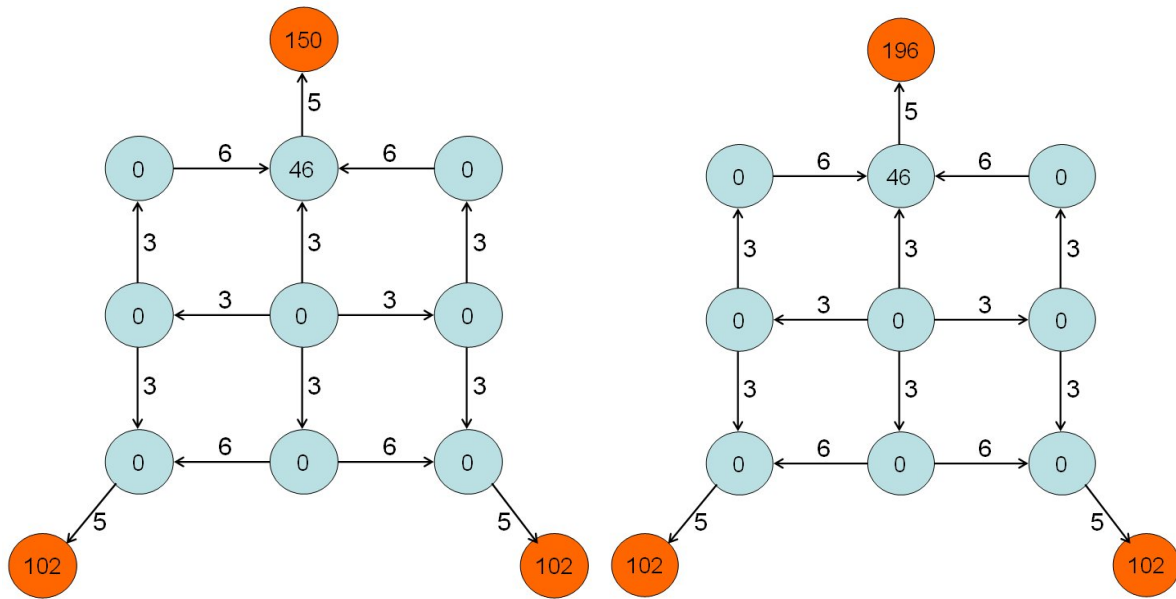
$t = 0$ ZE und $t = 1$ ZE



$t = 5$ ZE und $t = 10$ ZE



$t = 15$ ZE und $t = 20$ ZE



$t = 30$ ZE und $t = 40$ ZE

An diesem Beispiel lässt sich gut erkennen, dass die Kapazitäten in Richtung des Sammelplatzes Nr. 10 zu gering sind. Als Lösungen würde sich eine Erhöhung der Kapazitäten anbieten (also bspw. eine größere Türe zwischen Nr. 2 und Nr. 10) oder aber auch eine andere Leitung, um den Sammelplätzen Nr. 11 und Nr. 12 eine Auslastung anbieten zu können.

7 Zusammenfassung

Anhand der präsentierten Modelle ergeben sich Werkzeuge, die speziell zur Berechnung und Abschätzung von Fluchtwegen für Menschen in einer Panik- oder Notsituation geschaffen sind. Hierbei sei erwähnt, dass sich alle Programme einem Bedarf anpassen lassen. Durch dementsprechende Modifikationen können so individuelle Simulationen geschaffen werden. In weiterer Folge wäre es interessant, weitere Modelle für die Abschätzung der Kapazitäten in Teil 2 zu entwickeln. Für den Durchsatz in Gängen könnte ev. die Fluidmechanik verwendet werden.