**Maß und Integral im SS 03 – Zusammenfassung am 20.Mai 2003**

○ Habe ich ein Beispiel eines nicht vollständigen Maßraumes, und kann ich zeigen, daß er nicht vollständig ist?

○ Für eine gegebene beschränkte Verteilungsfunktion $F : \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ kann ich zeigen, daß der durch $\mu(a,b] = F(b) - F(a)$ (und die natürliche Formel für disjunkte Intervalle) Inhalt $\mu$ ein Prämaß auf $\mathcal{F}_0(\boldsymbol{R})$ ist?

○ Kann ich zeigen, daß $\mu_\varepsilon$ und $\mu_0$ (vom letzten Zusammenfassungsblatt) Maßen sind?

○ Kann ich Lebesguesche Maß auf $\boldsymbol{R}$ und $\boldsymbol{R}^n$ definieren?

○ Habe ich ein Beispiel einer nicht Lebesgue messbaren Menge, und kann ich zeigen, daß sie nicht messbar ist?

○ Kann ich in ein paar Zeilen erklären, warum $|\mathcal{B}(\boldsymbol{R})| = c = |\boldsymbol{R}|$ und $|\bar{\mathcal{B}}(\boldsymbol{R})| = 2^c$ gelten?

○ Habe ich ein Beispiel einer messbaren Funktion $h : (\Omega_1, \mathcal{F}_1) \to (\Omega_2, \mathcal{F}_2)$, mit der $h(\mathcal{F}_1) \subset \mathcal{F}_2$ nicht gilt?

○ Kann ich (mit dem Brave-Mengen-Prinzip) zeigen, daß eine stetige Funktion $h : \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$ Borel messbar ist?

○ Kann ich zwei einfache Funktionen mit der selben Basis darstellen und dadurch zeigen, (1) daß das Integral (bezüglich eines Maßes) einer einfachen Funktion wohl definiert wird und (2) daß binäre punktweise Operationen, z.B. Arithmetik, max, min, usw, einfache Funktionen liefern?

○ Kann ich zeigen, daß Arithmetik mit Borel messbaren Funktionen eine Borel messbare Funktion liefert?

○ Kann ich zeigen, daß eine Borel messbare Funktion ein Limes von endlich wertigen einfachen Funktionen ist?

○ Habe ich ein Beispiel einer Funktion $h$, mit der ein Integral $\int_\Omega h d\mu$ nicht existiert? Habe ich ein Beispiel einer Funktion $f$, die nicht $\mu$-integrierbar ist?

○ Für einen gegebenen Maßraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mu)$ und eine Borel messbare $\mu$-integrierbare Funktion $f$, kann ich zeigen, daß $\int_B f d\mu = \int_B f^+ d\mu - \int_B f^- d\mu$, $\forall B \in \mathcal{F}$ gilt?