

## Maß und Integral im SS 03 – Zusammenfassung am 1. Apr 2003

- Kann ich die folgenden Eigenschaften des Riemannsches Integrals zeigen: eine stetige Funktion ist Riemann integrierbar, die Trapez-Regel konvergiert für eine Riemann-integrierbare Funktion, Riemannsches Integrale konvergieren wenn die Funktionen gleichmäßig konvergieren.
- Habe ich ein Beispiel einer unendlich differenzierbaren Funktion mit kompaktem Träger?
- Kenne ich einen Faltungsoperator  $L_\varepsilon : C^0 \rightarrow C^\infty$ , und kann ich zeigen, daß  $L_\varepsilon f \rightarrow f$  punktweise konvergiert, wenn  $\varepsilon \rightarrow 0$ ?
- Kenne ich eine Klasse von glatten Maßen, die in gewissem Sinn gegen ein singuläres Maß konvergieren.
- Kenne ich eine Differentialgleichung, die ich im schwachen Sinn formulieren und lösen kann?
- Habe ich Beispiele von Algebren,  $\sigma$ -Algebren, (signierten) Inhalten, (signierten) Maßen und (signierten) Prämaßen?
- Habe ich eine Anwendung des Brave-Mengen-Prinzips?
- Habe ich ein Beispiel eines stetigen und eines nicht stetigen Maßes oder Inhalts?
- Habe ich eine Anwendung der disjunkte Mengen Darstellung für eine Vereinigung?
- Kann ich zeigen, daß ein Maß beschränkt ist, genau dann wenn es endlich ist? Habe ich eine Mengenfunktion, mit der die Äquivalenz nicht gilt?
- Für eine Algebra  $\mathcal{F}_0$ , kann ich zeigen, daß  $\mathcal{G} = \{G : A_n \uparrow G, A_n \subset \mathcal{F}_0\}$  nicht notwendigerweise eine  $\sigma$ -Algebra ist? Kann ich zeigen, daß  $\mathcal{D} = \{D : A_n \downarrow D, A_n \subset \mathcal{F}_0\}$  nicht notwendigerweise eine  $\sigma$ -Algebra ist?
- Für eine Algebra  $\mathcal{F}_0$  und  $\mathcal{G} = \{G : A_n \uparrow G, A_n \subset \mathcal{F}_0\}$ , kann ich zeigen, daß  $\mathcal{G} \subset \mathcal{H}$  gilt, wobei die Menge  $\mathcal{H}$  im Satz 1.3.5 definiert wird?
- Habe ich ein Beispiel eines Maßes oder Inhalts, in dem  $\mu(A \cap B) + \mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B)$  nicht gilt?
- Kann ich zeigen, daß die in Lemma 1.3.3 definierte Mengenfunktion  $\kappa^*$  ein äußeres Maß ist?
- Kann ich das *boot-strapping* Argument für den Monotone Klasse Satz durchführen?
- Kann ich den Carathéodory Ausdehnung Satz 1.3.10 für ein *endliches* Maß beweisen?
- Kann ich den Approximation Satz 1.3.11 für ein *endliches* Inhalt beweisen?
- Habe ich ein Verfahren, das ich durchführen kann, mit dem eine Eigenschaft für ein endliches Maß auch für ein  $\sigma$ -endliches Maß etabliert werden kann?