

# Evaluierung eines Erdwärmesystems

Stephen L. Keeling\*

**Kurze Beschreibung:** Für das analysierte Erdwärmesystem sind **sechs parallele Gartenleitungen jeweils 100m lang** von einer Erdwärmefirma vorgeschrieben worden, aber **drei Leitungen jeweils mit den abgeschätzten Längen  $(\frac{550}{3} - \delta)$ m,  $\frac{550}{3}$ m und  $(\frac{550}{3} + \delta)$ m für ein noch unbekanntes  $\delta$**  sind von einer Baufirma verlegt worden. Im Jänner 2006 ist die Leitungstemperatur extrem niedrig geworden, bis die Wärmepumpe sich ausgeschaltet hat, zuerst selten und dann **dreimal täglich** gegen das Ende des Winters. Wegen des wärmeren Wetters hat sich die Wärmepumpe im Sommer 2006 nicht ausgeschaltet, aber das Problem hat im Herbst 2006 wieder aufgetaucht. Weitere Untersuchung hat zusätzlich gezeigt, dass eine der Leitungen nicht dicht gewesen ist, und deswegen ist Luft in das Leitungssystem gekommen. Der Zweck dieser Arbeit ist, die Konsequenzen dieser Ausführung gegenüber der Vorschrift qualitativ zu analysieren. Die Ergebnisse dieser detaillierten Analyse können wie folgt zusammengefasst werden:

1. **Der Gesamtwiderstand nimmt ab und der Gesamtfluss nimmt zu, wenn bei fixiertem Pumpendruck die Anzahl von gleich langen parallelen Leitungen bei fixierter Gesamtlänge erhöht wird. Dadurch wird die langfristige Belastung auf die Wärmepumpe reduziert, und ihre Lebenszeit wird verlängert.**

Die Baufirma hat die Vorstellung gehabt, je mehr parallele Leitungen es gibt, desto höher muss der Pumpendruck sein, um einen gewissen Fluss zu schaffen. Das Gegenteil wird unten gezeigt, und das Ergebnis kann vielleicht intuitiver mit einem Verkehrsbeispiel verstanden werden:

Wenn man durch eine Stadt während Hauptverkehrszeit fahren muss und unterwegs verschiedene Sachen abholen muss, wäre es ihm lieber dass die Stadt hätte: (a) eine einzige Strasse 6km lang, (b) drei parallele Strassen jeweils 2km lang, oder (c) sechs parallele Strassen jeweils 1km lang? Noch leichter zu antworten ist, ob er lieber hätte: eine, zwei, sechs oder noch mehr Strassen jeweils 1km lang?

Es ist von der Erdwärmefirma schliesslich bestätigt worden, dass die Pumpe zu schwach für drei Kreise mit der Gesamtlänge von 550m ist, aber diese Pumpe hat keine Probleme mit sechs Kreisen jeweils 100m lang.

2. **Wenn parallele Leitungen nicht gleich lang sind, und die Widerstände reguliert sind damit die entsprechenden Entleerungszeiten gleich sind, steigen der Gesamtwiderstand und der Flussverlust bei fixiertem Pumpendruck. Dadurch wird die langfristige Belastung auf die Wärmepumpe erhöht, und ihre Lebenszeit wird verkürzt. Wenn die Widerstände nicht reguliert sind, nimmt der Gesamtwiderstand ab und der Gesamtfluss nimmt zu bei fixiertem Pumpendruck, aber die kürzeren Leitungen haben kleinere Entleerungszeiten, und die Erdwärme in ihren entsprechenden Nähen werden schneller erschöpft.**

Da die Gesamtlänge des Leitungssystems für den Heizbedarf ausreichend gewesen ist, folgt aus den obigen Ergebnissen, dass die Leitungstemperatur extrem niedrig geworden ist, weil die kürzeste Leitung überbelastet worden ist.

3. **Je höher der Fluss steigt, desto höher steigt der Wärmetransport vom Garten. Andererseits verlangt die Wärmepumpe eine gewisse minimale Temperaturdifferenz zwischen Zufluss und Abfluss. Solang diese verlangte Temperaturdifferenz nicht unterschritten wird, sollen die Anzahl der gleich langen parallelen**

---

\*Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen, Heinrichstraße 36, 8010 Graz, Austria; tel: +43-(0)316-380-5156, fax: +43-(0)316-380-9815, email: keeling@uni-graz.at, web: <http://math.uni-graz.at/keeling>.

**Leitungen bei fixierter Gesamtlänge und folglich der Fluss so hoch wie möglich sein.**

Die Baufirma hat die Vorstellung gehabt, je langsamer die Flüssigkeit durch die Leitungen strömt, desto mehr Wärme kriegt die Wärmepumpe. Das Gegenteil wird unten gezeigt, und dieses Ergebnis ist vielleicht auf Grund des folgenden Beispiels besonders nicht intuitiv: Wenn der Fluss niedriger wird, sieht man dass die Temperaturdifferenz zwischen Zufluss and Abfluss für die Wärmepumpe größer wird. Deswegen sieht es so aus, als ob die Wärmepumpe mehr Wärme kriegt. Jedoch wird bei niedrigerem Fluss weniger Wärme pro Zeiteinheit transportiert. Es wird unten gezeigt, dass mehr Wärme pro Zeiteinheit bei höherem Fluss transportiert wird, und das Ergebnis kann vielleicht intuitiver mit dem folgenden Beispiel verstanden werden:

Wenn man in einer Dusche steht und eiskaltes Wasser über ihn strömt, hält seine Körperwärme länger oder kürzer aus, wenn das Wasser langsamer oder schneller strömt? Da die Körperwärme beim niedrigerem Fluss länger aushält, wird mehr Wärme pro Zeiteinheit bei höherem Fluss transportiert.

4. **Der Leitungsfluss kann von Luft in der Leitung beeinflusst werden, je nach Pumpenart. Wenn extrem viel Luft in der Leitung eingefangen wird, bis die Leitung völlig blockiert wird, ergibt sich plötzlich überhaupt keinen Fluss.**

Ein Jahr nach Installation des Erdwärmesystems ist es herausgefunden worden, dass die kürzeste Leitung undicht gewesen ist und dass Luft in dieser Leitung eingefangen worden ist.

## 1 Gewinn bei gleich langen parallelen Leitungen

Der Zweck dieses Abschnitts ist zu zeigen, dass der Gesamtwiderstand abnimmt und folglich der Gesamtfluss zunimmt, wenn bei fixiertem Pumpendruck die Anzahl von gleich langen parallelen Leitungen bei fixierter Gesamtlänge erhöht wird. In diesem und im nächsten Abschnitt werden die in Tabelle 1 definierten Größen verwendet, wobei die Gleichungen,  $P = W \cdot F =$

$P$	=	Druck der Wärmepumpe	
$W$	=	Flusswiderstand der nicht geteilten Leitung	
$F$	=	Fluss der nicht geteilten Leitung	$P = W \cdot F$
$V$	=	Volumen der Gesamtflüssigkeit	
$n$	=	Anzahl der Leitungen	
$w_i$	=	Flusswiderstand der $i$ ten Leitung	
$f_i$	=	Fluss der $i$ ten Leitung	$P = w_i \cdot f_i$
$V_i$	=	Flüssigkeitsvolumen der $i$ ten Leitung	
$t_i$	=	Entleerungszeit der $i$ ten Leitung	
$W_n$	=	Flusswiderstand des Gesamtsystems mit $n$ Leitungen	
$F_n$	=	Fluss des Gesamtsystems mit $n$ Leitungen	$P = W_n \cdot F_n$

Tabelle 1: Definitionen der in Abschnitt 1 und 2 verwendeten Größen.

$w_i \cdot f_i = W_n \cdot F_n$ , aus dem **Ohmschen Gesetz** folgen. Nach dem **Poiseuilleschen Gesetz** ist der Widerstand  $W$  für eine zylindrische Leitung mit einem laminaren Fluss gegeben durch:

$$W = \frac{8\nu L}{\pi R^4} \quad (1)$$

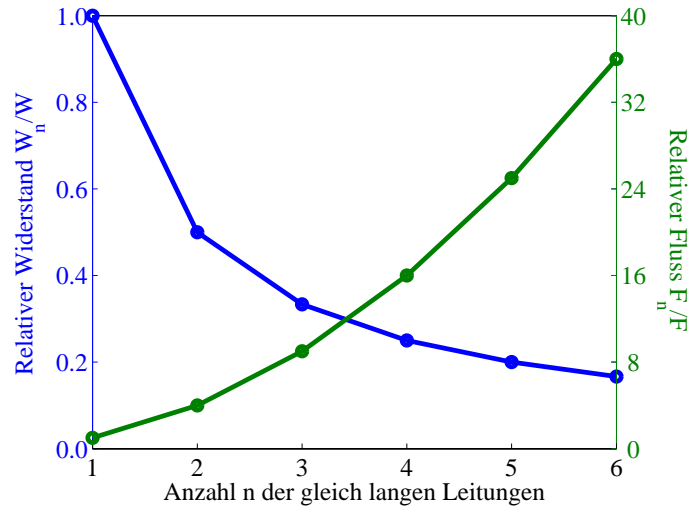


Abbildung 1: Relativer Widerstand  $W_n/W$  (fallend) und relativer Fluss  $F_n/F$  (steigend) sind bezüglich der Anzahl  $n$  von gleich langen parallelen Leitungen bei fixierter Gesamtlänge dargestellt.

wobei  $L$  und  $R$  die Länge beziehungsweise der Radius der Leitung sind, während  $\nu$  die Viskosität der Flüssigkeit ist. Wenn der Fluss turbulent ist, ist der Widerstand größer. Der minimale Widerstand für einen laminaren Rohrfluss ist durch (1) gegeben, wenn  $Re < 2300$  ungefähr gilt, wobei die Reynoldssche Zahl  $Re$  bezüglich der obigen Größen und der Flüssigkeitsdichte  $\rho$  wie folgt gegeben ist:

$$Re = \frac{2\rho F}{\pi\nu R}.$$

Wenn der Fluss turbulent ist, wird der Widerstand bezüglich der Reynoldsschen Zahl durch das **Blasiussche Gesetz** gegeben, in dem der Widerstand immer noch linear von der Leitungslänge abhängt. Also wenn alle  $n$  Leitungen gleich lang sind, sind die Widerstände gleich, und es gilt:

$$w_i = \frac{W}{n}.$$

Wegen des **Kirchhoffschen Gesetzes**,  $F_n = f_1 + \dots + f_n$ , und des Ohmschen Gesetzes in Tabelle 1, d.h.  $P/W_n = F_n = f_1 + \dots + f_n = P/w_1 + \dots + P/w_n$ , folgen:

$$\frac{1}{W_n} = \frac{1}{w_1} + \dots + \frac{1}{w_n} = n \cdot \frac{n}{W} \quad \text{oder} \quad W_n = \frac{W}{n^2}$$

und:

$$F_n = \frac{P}{W_n} = n^2 \frac{P}{W} = n^2 F.$$

Der relative Widerstand  $W_n/W$  und der relative Fluss  $F_n/F$  sind bezüglich  $n$  in Abbildung 1 gezeigt. Also fällt der Gesamtwiderstand mit der Anzahl der gleich langen parallelen Leitungen, während der Gesamtfluss folglich steigt.

## 2 Verlust bei nicht gleich langen Leitungen

Der Zweck dieses Abschnitts ist zu zeigen, wenn parallele Leitungen nicht gleich lang sind, und die Widerstände reguliert sind damit die entsprechenden Entleerungszeiten gleich sind, steigt der Gesamtwiderstand und fällt der Fluss bei fixiertem Pumpendruck. Wenn die Widerstände nicht reguliert sind, nimmt der Gesamtwiderstand ab und der Gesamtfluss nimmt zu bei fixiertem Pumpendruck, aber die verfügbare Erdwärme wird schneller erschöpft.

In der ursprünglich ausgeführten Konfiguration des analysierten Erdwärmesystems gibt es drei Leitungen jeweils mit den abgeschätzten Längen

$$\left(\frac{550}{3} - \delta\right)\text{m}, \quad \frac{550}{3}\text{m} \quad \text{und} \quad \left(\frac{550}{3} + \delta\right)\text{m} \quad \text{mit Gesamtlänge } 550\text{m}.$$

Wegen dieser verschiedenen Längen erfüllen die Volumina:

$$V_1 = \frac{\left(\frac{550}{3} - \delta\right)}{550}V, \quad V_2 = \frac{\frac{550}{3}}{550}V, \quad V_3 = \frac{\left(\frac{550}{3} + \delta\right)}{550}V.$$

Zuerst wird der Fall analysiert, in dem die Widerstände der Leitungen nicht reguliert sind, und dann der Fall in dem sie reguliert sind.

## 2.1 Nicht regulierte Widerstände

Wenn die Widerstände nicht reguliert sind, gelten:

$$w_1 = \frac{\left(\frac{550}{3} - \delta\right)}{550} \cdot W, \quad w_2 = \frac{\frac{550}{3}}{550} \cdot W, \quad w_3 = \frac{\left(\frac{550}{3} + \delta\right)}{550} \cdot W$$

wegen der relativen Längen der entsprechenden Leitungen. Der Gesamtwiderstand  $W_3$  erfüllt:

$$\frac{1}{W_3} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} = \left[ \frac{1}{\left(\frac{550}{3} - \delta\right)} + \frac{1}{\frac{550}{3}} + \frac{1}{\left(\frac{550}{3} + \delta\right)} \right] \frac{550}{W}$$

oder

$$W_3 = \frac{550^2 - 9\delta^2}{550^2 - 3\delta^2} \cdot \frac{W}{9}$$

und der Gesamtfluss  $F_3$  erfüllt:

$$F_3 = \frac{P}{W_3} = \frac{550^2 - 3\delta^2}{550^2 - 9\delta^2} \cdot 9F.$$

Der relative Widerstand  $W_3/W$  und der relative Fluss  $F_3/F$  sind bezüglich der Abweichung  $\delta$  von gleich langen Leitungen bei fixierter Gesamtlänge und nicht regulierten Widerständen in Abbildung 2 gezeigt. Also fällt der Gesamtwiderstand mit  $\delta$ , während der Gesamtfluss folglich steigt. Andererseits sind die individuellen Flüsse  $f_i$  sowie die Entleerungszeiten  $t_i$  verschieden:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{P}{w_1} = \frac{550}{\left(\frac{550}{3} - \delta\right)} \cdot F & t_1 &= \frac{V_1}{f_1} = \frac{\left(\frac{550}{3} - \delta\right)^2}{550^2} \cdot \frac{V}{F} \\ f_2 &= \frac{P}{w_2} = \frac{550}{\frac{550}{3}} \cdot F & t_2 &= \frac{V_2}{f_2} = \frac{\left(\frac{550}{3}\right)^2}{550^2} \cdot \frac{V}{F} & t_1 &< t_2 < t_3 \\ f_3 &= \frac{P}{w_3} = \frac{550}{\left(\frac{550}{3} + \delta\right)} \cdot F & t_3 &= \frac{V_3}{f_3} = \frac{\left(\frac{550}{3} + \delta\right)^2}{550^2} \cdot \frac{V}{F}. \end{aligned}$$

Deswegen wird die erste oder die kürzeste Leitung am schnellsten entleert, und die Wärme in der Nähe dieser Leitung wird am schnellsten erschöpft. Nachdem diese Wärme erschöpft wird, bleiben die Flüsse trotzdem gleich wie vorher, und Wärmetransport findet nur bei den anderen zwei Leitungen statt, bis die Wärme in der Nähe der zweiten Leitung erschöpft wird, und so weiter. Wegen eines effektiven Quellwärmemangels wird die Leistungsgrenze der Wärmepumpe schliesslich erreicht.

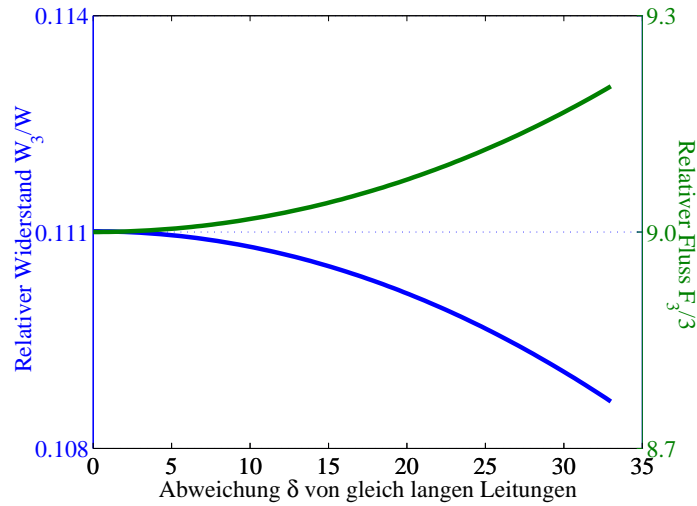


Abbildung 2: Relativer Widerstand  $W_3/W$  (fallend) und relativer Fluss  $F_3/F$  (steigend) sind bezüglich der Abweichung  $\delta$  von gleich langen Leitungen bei fixierter Gesamtlänge und nicht regulierten Widerständen dargestellt.

## 2.2 Regulierte Widerstände

Wenn die Widerstände so reguliert sind, dass die räumlichen Temperaturverteilungen entlang der Leitungen in Verhältnis zu einander einfach skaliert sind, dann ergibt diese Skalierung gleiche Übergangszeiten durch alle Leitungen. Daher sollen alle Leitungen die selben Entleerungszeiten haben:

$$t_1 = \frac{\frac{550}{3} - \delta}{550} \cdot \frac{V}{f_1} = t_2 = \frac{\frac{550}{3}}{550} \cdot \frac{V}{f_2} = t_3 = \frac{\frac{550}{3} + \delta}{550} \cdot \frac{V}{f_3}.$$

Also müssen die Flüsse in den kürzeren Leitungen je nach entsprechenden Längen niedriger gemacht werden:

$$f_1 = \frac{\frac{550}{3} - \delta}{\frac{550}{3} + \delta} \cdot f_3, \quad f_2 = \frac{\frac{550}{3}}{\frac{550}{3} + \delta} \cdot f_3, \quad f_3 = \frac{550}{\frac{550}{3} + \delta} \cdot \frac{P}{W}$$

dadurch dass die entsprechenden Widerstände durch eine Verteilerregelung erhöht werden:

$$w_1 = \frac{P}{f_1} = \frac{(\frac{550}{3} + \delta)^2}{550 \cdot (\frac{550}{3} - \delta)} \cdot W,$$

$$w_2 = \frac{P}{f_2} = \frac{(\frac{550}{3} + \delta)^2}{550 \cdot \frac{550}{3}} \cdot W,$$

$$w_3 = \frac{P}{f_3} = \frac{(\frac{550}{3} + \delta)^2}{550 \cdot (\frac{550}{3} + \delta)} \cdot W.$$

Der Widerstand einer Leitung wird physikalisch durch Installation einer seriellen Verengung erhöht, und der neue regulierte Widerstand ist die Summe vom Widerstand der ursprünglichen Leitung plus dem Widerstand des neuen Stückes mit der Verengung. Der Widerstand der Verengung wird auch vom früher gegebenen **Poiseuilleschen Gesetz** in (1) bestimmt, und dieser Widerstand kann deswegen durch die Auswahl vom Radius eingestellt werden. Der Gesamtwiderstand  $W_3$  erfüllt:

$$\frac{1}{W_3} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} = \frac{1650^2}{(550 + 3\delta)^2 \cdot W} \quad \text{oder} \quad W_3 = \frac{(550 + 3\delta)^2}{1650^2} \cdot W$$

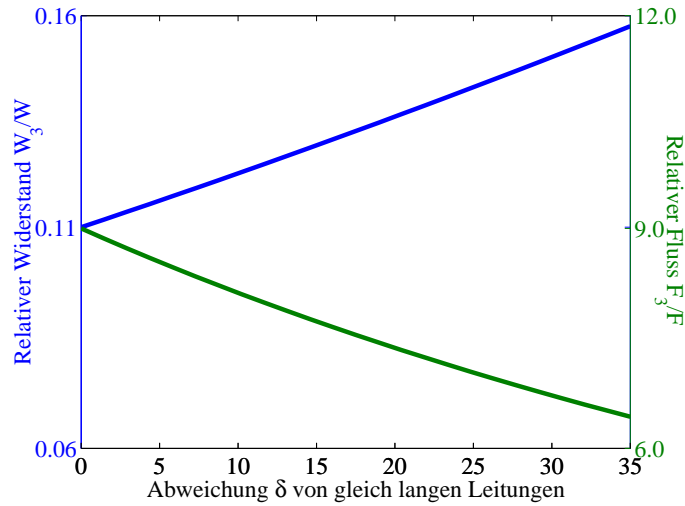


Abbildung 3: Relativer Widerstand  $W_3/W$  (steigend) und relativer Fluss  $F_3/F$  (fallend) sind bezüglich der Abweichung  $\delta$  von gleich langen Leitungen bei fixierter Gesamtlänge und regulierten Widerständen dargestellt.

und der Gesamtfluss  $F_3$  erfüllt:

$$F_3 = \frac{P}{W_3} = \frac{1650^2}{(550 + 3\delta)^2} \cdot F.$$

Der relative Widerstand  $W_3/W$  und der relative Fluss  $F_3/F$  sind bezüglich der Abweichung  $\delta$  von gleich langen Leitungen bei fixierter Gesamtlänge und regulierten Widerständen in Abbildung 3 gezeigt. Also steigt der Gesamtwiderstand mit  $\delta$ , während der Gesamtfluss folglich fällt.

Nun werden die oben berechneten Widerstände und Flüsse in Tabelle 2 verglichen. Diese Tabelle zeigt, dass für die oben bearbeiteten Konfigurationen mit drei Leitungen der Fluss gering und der Widerstand groß gegenüber der anderen Konfigurationen mit mehreren Leitungen sind. Insbesondere ist der Gesamtwiderstand für drei regulierte Leitungen mit Gesamtlänge 550m  $4.85\times$  höher als bei sechs gleich langen Leitungen mit Gesamtlänge 600m, während der Gesamtfluss  $4.85\times$  niedriger ist.

### 3 Wärmetransport steigt mit dem Fluss

Der Zweck dieses Abschnitts ist zu zeigen, dass ein Wärmetransportverlust von einem Flussverlust folgt. Die Beziehung zwischen dem Fluss und dem Wärmetransport lässt sich von dem in Abbildung 4 dargestellten einfachen Tausch herleiten. Das erste Kompartiment mit durchschnittlicher Temperatur  $T_1$  enthält die Leitungsflüssigkeit. Das zweite Kompartiment mit durchschnittlicher Temperatur  $T_2$  enthält Erde. Sei  $F$  der Fluss durch das erste Kompartiment. Diese Kompartimente können eine einzige Leitung und ihre Erde oder eben das Gesamtleitungsvolumen und sein Gesamterdevolumen im Garten darstellen. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die Temperatur in einem Kompartiment überall gleich ist. Um diese Annahme los zu werden, können die Volumina durch mehrere Kompartimente (bis auf ein Kontinuum von Punkten) feiner geteilt werden, aber das Ergebnis ändert sich qualitativ nicht. In diesem Beispiel wird angenommen, dass die Temperatur des Zuflusses immer  $T_z$  ist. Dann ist die Temperatur des Abflusses  $T_1$ . Der Zufluss und der Abfluss können so verstanden werden, dass die Abflusswärme durch eine Wärmepumpe reduziert wird und mit der Temperatur  $T_z$  im Zufluss zurückgegeben wird.

Leitungs-Konfiguration:	3 nicht reguliert	3 schon reguliert	3 gleich lang	4 gleich lang	5 gleich lang	6 gleich lang
$\delta$ :	28m	28m				
Gesamtlänge:	550m	550m	550m	550m	550m	550m
Relativer Widerstand:	0.11	<b>0.15</b>	0.11	0.063	0.040	0.028
Relativer Fluss:	9.2	<b>6.8</b>	9	16	25	36
Gesamtlänge:			500m	500m	500m	500m
Relativer Widerstand:			0.10	0.057	0.036	0.025
Relativer Fluss:			10	18	27	40
Gesamtlänge:			600m	600m	600m	600m
Relativer Widerstand:			0.12	0.068	0.044	<b>0.030</b>
Relativer Fluss:			8	15	23	<b>33</b>

Tabelle 2: Der relative Gesamtwiderstand  $W_n/W$  und der relative Gesamtfluss  $F_n/F$  für verschiedene Leitungskonfigurationen bei gegebener Gesamtlänge werden verglichen, wobei  $W$  und  $F$  der Widerstand beziehungsweise der Fluss für eine nicht geteilte Leitung mit der Länge 550m sind. In den ersten 2 Spalten haben die Leitungen verschiedene Längen mit  $\delta = 28m$ , und die Widerstände der Leitungen sind nicht beziehungsweise schon reguliert. In den letzten 4 Spalten sind die parallelen Leitungen gleich lang, und die Anzahl von Leitungen steigt von links nach rechts.

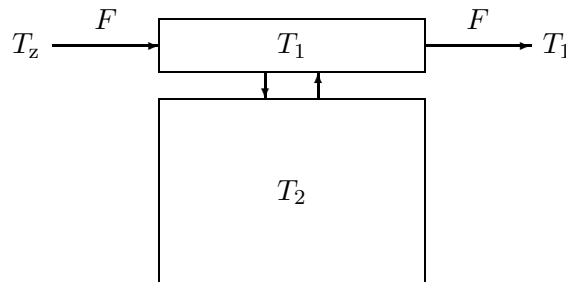


Abbildung 4: Wärmetransport zwischen 2 Kompartimenten ist dargestellt, wobei Wärme bei Konvektion durch das erste Kompartiment strömt, während Wärme bei Diffusion zwischen den Kompartimenten geleitet wird.

Die Gesamtwärme in einem Kompartiment lässt sich bezüglich der Tempertur  $T$ , der Dichte  $\rho$ , des Volumens  $V$  und der spezifischen Wärme  $c$  darstellen:

$$E = \rho c V T$$

wobei die Symbole und ihre Definitionen und Einheiten in Tabelle 3 aufgelistet werden. Für Kompartiment 1 gilt  $E_1 = \rho_1 c_1 V_1 T_1$  und für Kompartiment 2 gilt  $E_2 = \rho_2 c_2 V_2 T_2$ . Der Wärme-tausch lässt sich durch den **Energieerhaltungssatz** beschreiben:

$$\begin{array}{l} \text{Änderungsrate} \\ \text{der Gesamtenergie} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Energie-} \\ \text{Zufluss} - \text{Abfluss} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Netto-Diffusion} \\ \text{der Energie.} \end{array}$$

Die Änderungsrate der Gesamtenergie in Watt oder Joule pro Sekunde ( $J \cdot s^{-1}$ ) wird mit  $E'$  bezeichnet. Da  $\rho c V$  zeitunabhängig ist, gilt

$$E' = \rho c V T'$$

Größe	Definition	Einheiten
$E$	Gesamtenergie	J
$T$	Temperatur	K
$T'$	Temperaturänderungsrate	$\text{K} \cdot \text{s}^{-1}$
$V$	Volumen	$\text{m}^3$
$S$	Flächeninhalt der Grenzfläche	$\text{m}^2$
$F$	Fluss	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
$\rho$	Dichte	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
$c$	spezifische Wärme	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
$h$	Wärmetauskoeffizient der Grenzfläche	$\text{J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

Tabelle 3: Definitionen der Wärmetauschgrößen.

wobei  $T'$  die Temperaturänderungsrate in  $\text{K} \cdot \text{s}^{-1}$  darstellt. Für das zweite Kompartiment gibt es keinen Zufluss und keinen Abfluss. Für das erste Kompartiment ist der Energiezufluss  $\rho_1 c_1 F T_z$ , und der Energieabfluss ist  $F E_1 / V_1 = \rho_1 c_1 F T_1$ . Für das erste Kompartiment ist die Netto-Diffusion zwischen den Kompartimenten durch das **Newtonsche Kühlungsgesetz** gegeben:

$$\text{Netto-Diffusion}_1 = hS(T_2 - T_1).$$

Hier ist  $h$  der Wärmetauskoeffizient und  $S$  der Flächeninhalt der Oberfläche zwischen den Kompartimenten. Wegen Erhaltung ist der Netto-Gewinn oder -Verlust des ersten Kompartiments wegen Diffusion der Netto-Verlust beziehungsweise -Gewinn des zweiten Kompartiments wegen Diffusion:

$$\text{Netto-Diffusion}_2 = hS(T_1 - T_2).$$

Der Erhaltungssatz nimmt die folgende Form für das Gesamtsystem:

$$\begin{aligned} \rho_1 c_1 V_1 T_1' &= \rho_1 c_1 F (T_z - T_1) + hS(T_2 - T_1) \\ \rho_2 c_2 V_2 T_2' &= \phantom{\rho_1 c_1 V_1 T_1'} + hS(T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (2)$$

Angenommen sind die zwei Kompartimente in der Zeit  $t = 0$  in Gleichgewicht:

$$T_1(0) = T_0 = T_2(0), \quad T_0 > T_z \quad (3)$$

wobei die Anfangstemperatur  $T_0$  höher als die Zuflusstemperatur  $T_z$  ist. Qualitativ merkt man schon einiges von diesem Gleichungssystem (2)-(3). Wenn der Fluss erfüllt  $F = 0$ , ist das Gleichgewicht  $T_1 = T_2 = T_0$ , und das System ändert sich nicht. Wenn der Fluss erfüllt  $F > 0$ , ist das Gleichgewicht  $T_1 = T_2 = T_z$ . Also sinken beide Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  von der höheren Anfangstemperatur  $T_0$  schliesslich zu  $T_z$ . Insbesondere ändert sich die Temperatur der Erde  $T_2$  in (2) nur wegen Wärmediffusion mit Leitungsflüssigkeit einer niedrigeren Temperatur  $T_1$ . Also gilt  $T_z \leq T_1 \leq T_2 \leq T_0$ . Wenn der Fluss  $F$  extrem groß wird, muss  $(T_z - T_1)$  entsprechend klein werden, damit die erste Gleichung in (2) überhaupt erfüllt ist. Also je größer  $F$  ist, desto schneller sinkt die Leitungstemperatur  $T_1$  und folglich die Erdetemperatur  $T_2$  gegen  $T_z$ . Je schneller die Erdetemperatur  $T_2$  fällt, desto höher ist der Wärmetransport  $E_2' = \rho_2 c_2 V_2 T_2'$ . Diese Folgen lassen sich explizit von der Lösung des Gleichungssystems (2)-(3) demonstrieren, die wie folgt gegeben ist:

$$\begin{aligned} T_1(t) &= T_z + \frac{T_0 - T_z}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ (\lambda_2 + \gamma) e^{\lambda_1 t} - (\lambda_1 + \gamma) e^{\lambda_2 t} \right] \\ T_2(t) &= T_z + \frac{T_0 - T_z}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ \lambda_2 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{\lambda_2 t} \right] \end{aligned}$$



wobei:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\frac{1}{2} \left[ \alpha + \beta + \gamma + \sqrt{(\alpha + \beta + \gamma)^2 - 4\beta\gamma} \right] \\ \lambda_2 &= -\frac{1}{2} \left[ \alpha + \beta + \gamma - \sqrt{(\alpha + \beta + \gamma)^2 - 4\beta\gamma} \right] \end{aligned} \quad \alpha = \frac{hS}{\rho_1 c_1 V_1}, \quad \beta = \frac{hS}{\rho_2 c_2 V_2}, \quad \gamma = \frac{F}{V_1}.$$

Typische Parameterwerte werden in Tabelle 4 gegeben, und zwei Simulationen jeweils für die

Größe	Parameterwert	Größe	Parameterwert
$\rho_1$	1400 kg · m <sup>-3</sup>	$\rho_2$	1050 kg · m <sup>-3</sup>
$c_1$	1000 J · kg <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup>	$c_2$	800 J · kg <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup>
$V_1$	0.75 m <sup>3</sup>	$V_2$	300 m <sup>3</sup>
$h$	15 J · s <sup>-1</sup> · m <sup>-2</sup> · K <sup>-1</sup>	$S$	75 m <sup>2</sup>
$T_z$	5 C, 278 K	$T_0$	7 C, 280 K

Tabelle 4: Typische Parameterwerte für die in Tabelle 3 definierten Größen, die in den Simulationen verwendet werden.

Flüsse,

$$F = 0.001 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \text{ und } F = 0.01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1},$$

werden in Abbildungen 5 und 6 gezeigt. Zu bemerken ist, wie oben vorausgesagt, dass die Leitungstemperatur schneller als die Erdtemperatur fällt. Man merkt auch in diesen Simulationen, dass die von der Erde bis zur Zeit  $t$  abgegebene Wärme

$$E_2(0) - E_2(t) = \rho_2 c_2 V_2 [T_0 - T_2(t)] \quad (4)$$

größer bei höherem Fluss ist.

Um die Voraussage zu überprüfen, dass der Wärmetransport immer mit dem Fluss steigt, wird nun untersucht, ob die abgegebene Wärme in (4) bezüglich  $F$  maximiert werden kann. Dafür wird von (4) gesehen, dass die Erdtemperatur  $T_2(t)$  bezüglich  $F$  minimiert werden muss. Wie in Abbildungen 5 und 6 gesehen, ist  $T_2(t)$  immer glatt fallend. Deswegen würde das Optimierungsziel erreicht, wenn die langfristig integrierte Differenz zwischen  $T_2(t)$  und dem Gleichgewichtwert  $T_z$  minimiert wird:

$$\min = \int_0^\infty [T_2(t) - T_z] dt = \rho_2 c_2 V_2 (T_0 - T_z) \left[ \left( \frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} + \frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} \right) \frac{V_1}{F} + \frac{1}{hS} \right].$$

Für die Parameterwerte in Tabelle 4 wird die  $F$ -Abhängigkeit dieser integrierten Differenz in Abbildung 7 dargestellt. Die Grafik zeigt das allgemeine Ergebnis, dass die  $T_2(t)$ -Kurve immer reduziert wird als  $F$  erhöht wird, und deswegen wird die abgegebene Wärmekurve  $E_2(0) - E_2(t) = \rho_2 c_2 V_2 [T_0 - T_2(t)]$  immer erhöht. Also soll der Fluss so groß wie möglich sein, um die abgegebene Wärme so groß wie möglich zu machen. Andererseits, damit die zusätzliche Wärme im Abfluss von der Wärmepumpe entnommen werden kann, darf die Temperaturdifferenz zwischen dem Abfluss und dem Zufluss eine gewisse Grenze nicht unterschreiten, die von der Wärmepumpeleistung abhängt.

Dieses Ergebnis kann physikalisch wie folgt verstanden werden. Wenn der Fluss trivial klein ist, kommt die kalte Flüssigkeit sehr langsam in das Leitungskompartiment und kühlt die Leitungsflüssigkeit geringfügig ab. In diesem Fall ist die Temperaturdifferenz zwischen den Kompartimenten gering. Da die Wärmediffusion zwischen den Kompartimenten durch diese Temperaturdifferenz getrieben wird, sind die Wärmediffusion und daher der Wärmetransport entsprechend gering. Andererseits wenn der Fluss extrem groß ist, sind die Temperatur der Leitungsflüssigkeit und die Temperatur des Zuflusses sehr nah beieinander. In diesem Fall ist die Temperaturdifferenz zwischen den Kompartimenten hoch, und daher sind die Wärmediffusion

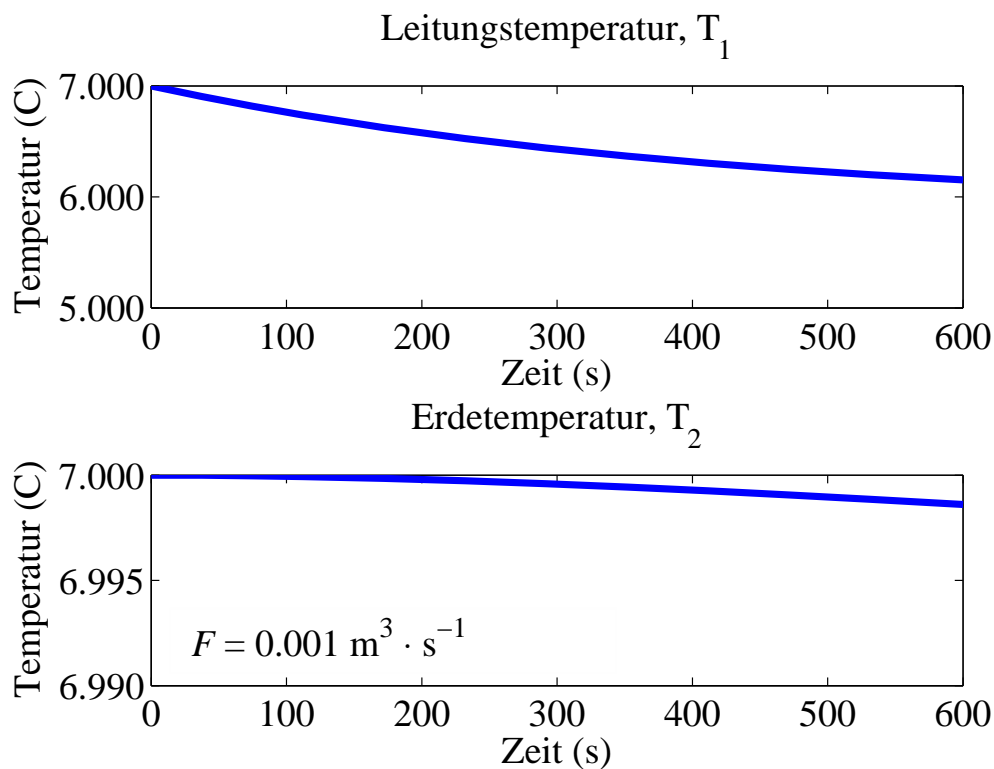


Abbildung 5: In dieser ersten Simulation werden die Parameterwerte von Tabelle 4 zusammen mit dem Fluss  $F = 0.001 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  verwendet, um die Temperaturen in Abbildung 4 zu berechnen.

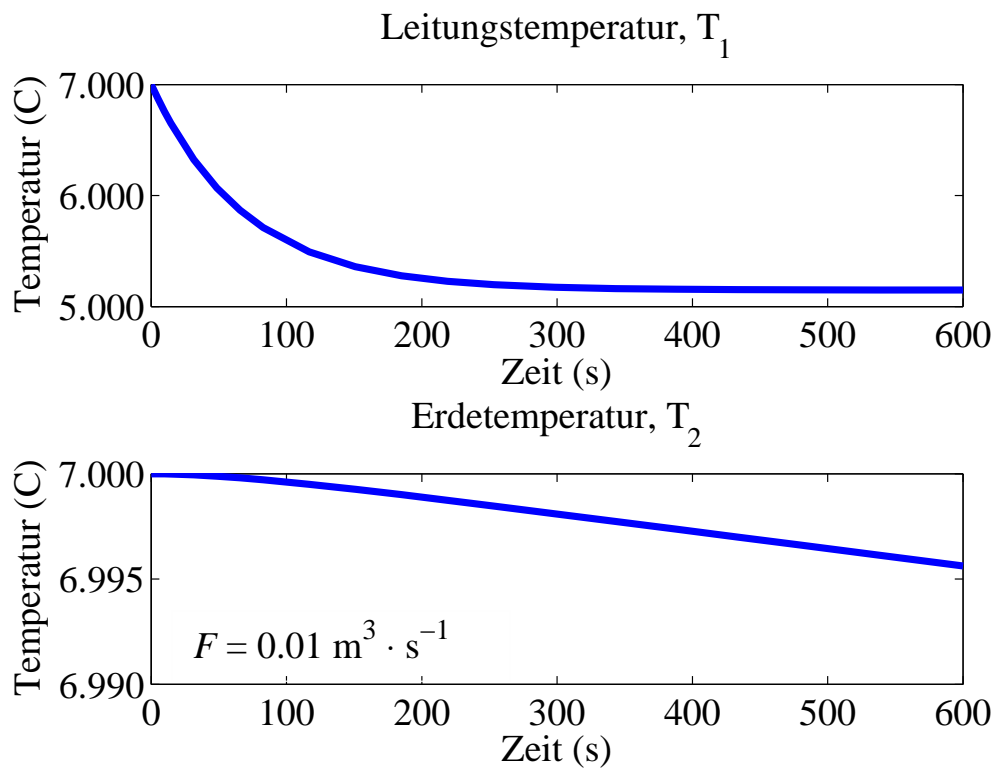


Abbildung 6: In dieser zweiten Simulation werden die Parameterwerte von Tabelle 4 zusammen mit dem Fluss  $F = 0.01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  verwendet, um die Temperaturen in Abbildung 4 zu berechnen.

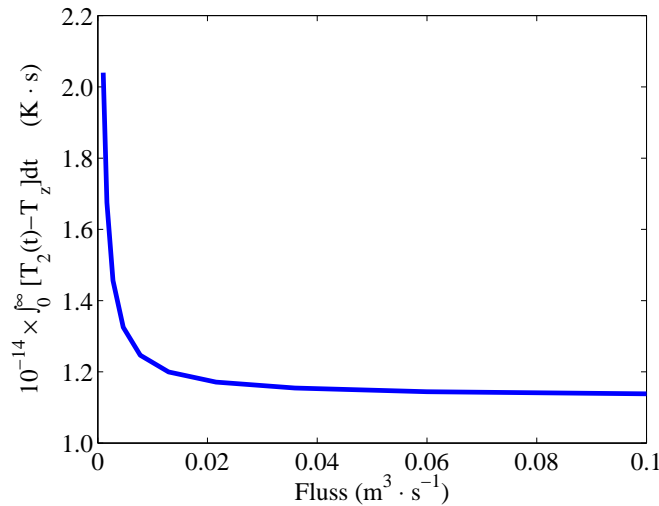


Abbildung 7: Um die von der Erde abgegebene Wärme zu jeder Zeit zu maximieren, ist der Abstand zwischen der  $T_2$ -Kurve und dem Gleichgewichtwert  $T_z$  zu minimieren. Dieser Abstand wird mit der integrierten Differenz zwischen  $T_2(t)$  und  $T_z$  quantifiziert und hier bezüglich des Flusses  $F$  dargestellt. Je höher der Fluss ist, desto kleiner ist dieser Abstand, desto höher ist die abgegebene Wärme.

und der Wärmetransport entsprechend hoch. Trotz der niedrigeren Temperatur des Abflusses ist zusätzliche Wärme dabei, obwohl die Wärmekonzentration niedrig ist. Jedoch wird diese Wärmekonzentration durch Kompression in der Wärmepumpe erhöht – vorausgesetzt dass die verlangte Temperaturdifferenz zwischen Zufluss und Abfluss nicht unterschritten ist – bis die neue Wärmekonzentration höher ist als im Zielwasser, damit die zusätzliche Wärme ins Zielwasser diffundieren wird. Dann wird die Leitungswärme ausgedehnt, bis die ursprüngliche Temperatur im Zufluss erreicht wird.

## 4 Luft kann den Fluss beeinflussen

Der Zweck dieses Abschnitts ist zu zeigen, dass Luft in einer Leitung den Druckabfall und folglich den Fluss über die Leitung beeinflussen kann. Diese Beziehung kann mit dem einfachen Pumpensystem erklärt werden, das in Abbildung 8 dargestellt ist. Wenn die Klappe aufgemacht wird, strömt Flüssigkeit von Tank 1 über die Gesamtleitungslänge  $2(M + h_0)$  und durch Tank 0 zu Tank 2. Tanken 1 und 2 sind offen zum atmosphärischen Druck  $p_a$ . Die von Tank 1 unten verlorene Flüssigkeit wird von oben transportierter Flüssigkeit aus Tank 2 ergänzt, damit das Gesamtflüssigkeitsvolumen erhalten wird. Tank 0 ist nicht offen zu der Atmosphäre, aber er enthält Luft über die Flüssigkeitshöhe  $h_0 + h$ .

Um einen fixierten Hochdruck zu halten, wird Flüssigkeit von Tank 2 zu Tank 1 so transportiert, dass die Flüssigkeitshöhe  $h_1$  in Tank 1 konstant bleibt, während die Flüssigkeitshöhe  $h_2$  in Tank 2 sich ändern darf. Um eine abgeschlossene Konfiguration zu modellieren, wird eine Saugglocke über Tank 2 montiert, deren Steuerdruck  $p_s$  die Höhe  $h_2$  konstant hält. Für ein fixiertes  $h_1$  wird es hier gezeigt, dass  $h_2$  bei Strömung wegen der Luft kleiner wird, oder mit der Saugglocke dass der Steuerdruck  $p_s$  unter  $p_a$  sinken muss. Auf jeden Fall wird der Druck  $p_2$  bei Strömung kleiner während der Druck  $p_1$  konstant bleibt. Deswegen *steigt* der Leitungsfluss für eine Pumpenart mit einem fixierten Hochdruck.

Um einen fixierten Niederdruck zu halten, wird Flüssigkeit von Tank 2 zu Tank 1 so transportiert, dass die Flüssigkeitshöhe  $h_2$  in Tank 2 konstant bleibt, während die Flüssigkeitshöhe  $h_1$  in Tank 1 sich ändern darf. Ähnlich kann eine Saugglocke über Tank 1 montiert werden, deren Steuerdruck  $p_s$  die Höhe  $h_1$  konstant hält. Für ein fixiertes  $h_2$  gilt es, dass  $h_1$  bei Strömung



die Flüssigkeitsdrücke ausserhalb von Tank 1 nur von der Tiefe unter der Oberfläche in Tank 2 ab. Der Druck im Boden von Tank 2 ist:

$$\bar{p}_2 = p_a + \rho g \bar{h}_2$$

und die Drücke in der Leitung sind:

$$\bar{p}_A = \bar{p}_B = \bar{p}_C = \bar{p}_D = \bar{p}_2.$$

Der Druck im Boden von Tank 0 ist:

$$\bar{p}_0 = \bar{p}_2 - \rho g h_0$$

und der Druck an der Grenzfläche mit der Luft ist:

$$\bar{p} = \bar{p}_0 - \rho g \bar{h}.$$

Dieser ist auch der konstante Druck in der Luft.

Nachdem die Klappe aufgemacht wird und ein Fließgleichgewicht mit dem fixierten Hochdruck  $p_1$  erreicht wird, wird die Druckverteilung an den Stellen in Abbildung 8 vom Bernoulli-Poiseuilleschen Gesetz wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{2} \left( \frac{F}{\pi R^2} \right)^2 + p_A &= p_1 \\ \frac{\rho}{2} \left( \frac{F}{\pi R^2} \right)^2 + p_B &= p_1 - \frac{M}{2(M + h_0)} (p_1 - p_2) \\ p_0 &= \frac{1}{2} (p_1 + p_2) - \rho g h_0 \\ p &= p_0 - \rho g h \\ \frac{\rho}{2} \left( \frac{F}{\pi R^2} \right)^2 + p_C &= p_2 + \frac{M}{2(M + h_0)} (p_1 - p_2) \\ \frac{\rho}{2} \left( \frac{F}{\pi R^2} \right)^2 + p_D &= p_2 \end{aligned}$$

Insbesondere gilt:

$$p = p_a + \frac{1}{2} \rho g (h_1 + h_2) - \rho g (h_0 + h).$$

Dieser Luftdruck erfüllt zusätzlich das **Gesetz eines idealen Gases**:

$$p = \rho_L \mathcal{R} T$$

wobei:

$$\begin{aligned} \rho_L &= \text{Luftdichte} \\ \mathcal{R} &= \text{Gas-Konstante.} \end{aligned}$$

Wenn die Luftdichte  $\rho_L$  bezüglich  $h$  dargestellt wird:

$$\rho_L = \frac{m}{A_0 (h_{\max} - h)}$$

wobei:

$$\begin{aligned} m &= \text{Luftmasse} \\ h_{\max} &= \text{Höhe von Tank 0} \end{aligned}$$

ergeben die obigen Gleichungen die folgende Beziehung zwischen  $h_2$  und  $h$ :

$$\frac{m \mathcal{R} T}{A_0 (h_{\max} - h)} + \rho g (h_0 + h) = p_a + \frac{1}{2} \rho g (h_1 + h_2).$$

Ähnlicherweise ergibt sich die folgende Beziehung zwischen  $\bar{h}_2$  und  $\bar{h}$ :

$$\frac{m\mathcal{R}\bar{T}}{A_0(h_{\max} - \bar{h})} + \rho g(h_0 + \bar{h}) = p_a + \rho g\bar{h}_2.$$

Unter der Annahme dass das Flüssigkeitsvolumen sich nicht ändert, erfüllen  $h$ ,  $\bar{h}$ ,  $h_2$  und  $\bar{h}_2$  die Volumenerhaltung:

$$A_0(h - \bar{h}) = A_2(\bar{h}_2 - h_2).$$

Wenn die Beziehung zwischen  $h_2$  und  $h$  nach der Temperatur  $T$  abgeleitet wird und Volumenerhaltung verwendet wird, ergibt sich:

$$\begin{aligned} -\frac{m\mathcal{R}}{A_0(h_{\max} - h)} &= \left[ \frac{m\mathcal{R}T}{A_0(h_{\max} - h)^2} + \rho g \right] h'(T) - \frac{1}{2}\rho g h_2'(T) \\ &= \left\{ \frac{m\mathcal{R}T}{A_0(h_{\max} - h)^2} + \rho g \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{A_0}{A_2} \right) \right\} h'(T). \end{aligned}$$

Also gilt  $h'(T) < 0$ . Wie im letzten Abschnitt gesehen gilt  $\bar{T} > T$ , also gilt  $h(T) > h(\bar{T})$ . Wenn die obigen Gleichungen zusammen gestellt werden, folgt:

$$\left\{ \frac{2m\mathcal{R}\bar{T}}{\rho g A_0(h_{\max} - \bar{h})(h_{\max} - h(\bar{T}))} + \left( 2 + \frac{A_0}{A_2} \right) \right\} = \frac{h_1 - \bar{h}_2}{h(\bar{T}) - \bar{h}}.$$

Da die linke Seite positiv ist, folgt

$$h = h(T) > h(\bar{T}) > \bar{h}$$

weil  $h_1 > \bar{h}_2$  immer gilt. Aus der Volumenerhaltung  $A_0(h - \bar{h}) = A_2(\bar{h}_2 - h_2)$  folgt  $h_2 < \bar{h}_2$  und daher  $p_2 < \bar{p}_2$ . Ferner steigt  $(\bar{p}_2 - p_2)$  mit  $(h - \bar{h})$  wegen Volumenerhaltung:

$$\bar{p}_2 - p_2 = \rho g(\bar{h}_2 - h_2) = \rho g \frac{A_0}{A_2}(h - \bar{h}).$$

Andererseits wenn es keine Luft gibt, gilt  $h = \bar{h} = h_{\max}$  und  $h$  ändert sich nicht. Das ganze besetzte Volumen von der Klappe bis zur Oberfläche in Tank 2 ist Flüssigkeitsvolumen, und aus der Volumenerhaltung  $0 = A_0(h - \bar{h}) = A_2(\bar{h}_2 - h_2)$  folgt  $h_2 = \bar{h}_2$  und daher  $p_2 = \bar{p}_2$ .

Um eine abgeschlossene Konfiguration zu modellieren, kann eine Saugglocke über Tank 2 montiert werden, deren Druck  $p_s$  die Höhe  $h_2$  konstant bei  $\bar{h}_2$  hält. Dann gelten

$$\bar{p}_2 = p_a + \rho g\bar{h}_2, \quad p_2 = p_s + \rho g\bar{h}_2.$$

Mit der neuen Gleichung für  $p_2$  wird die vorherige Beziehung zwischen  $h_2$  und  $h$  wie folgt geändert:

$$\frac{m\mathcal{R}T}{A_0(h_{\max} - h)} + \rho g(h_0 + h) = \frac{1}{2}(p_a + p_s) + \frac{1}{2}\rho g(h_1 + \bar{h}_2)$$

aber die vorherige Beziehung zwischen  $\bar{h}_2$  und  $\bar{h}$  bleibt gleich. Aus der Volumenerhaltung  $A_0(h - \bar{h}) = A_2(\bar{h}_2 - h_2) = 0$  folgt  $h = \bar{h}$ . Diese Gleichungen ergeben:

$$p_a - p_s = \rho g(h_1 - \bar{h}_2) + \frac{m\mathcal{R}(\bar{T} - T)}{A_0(h_{\max} - \bar{h})} > 0.$$

Da  $h_1 > \bar{h}_2$  und  $\bar{T} > T$  gelten, ist ein Steuerdruck  $p_s < p_a$  notwendig, um  $h_2$  konstant bei  $\bar{h}_2$  zu halten. Daher gilt  $p_2 < \bar{p}_2$ , egal ob eine Saugglocke montiert ist oder nicht. Andererseits wenn es keine Luft gibt, ist das ganze besetzte Volumen von der Klappe bis zur Oberfläche in Tank

2 Flüssigkeitsvolumen, und aus der Volumenerhaltung bleibt  $h_2$  konstant bei  $\bar{h}_2$ , und folglich bleibt  $p_2$  konstant bei  $\bar{p}_2$ .

Es wird nun gezeigt, dass bei fixiertem Hochdruck  $p_1$  der Fluss wegen der Luft erhöht wird. Der Leitungsfluss  $F$  ist durch das Ohmsche Gesetz gegeben:

$$p_A - p_B = F \cdot W_{AB}$$

wobei  $W_{AB} = \nu M / (8\pi R^4)$  der Widerstand zwischen A und B in Abbildung 8 ist, und  $p_A$  und  $p_B$  sind in der oben aufgelisteten Druckverteilung gegeben. Also gilt:

$$F = (p_1 - p_2) \frac{4\pi R^4}{\nu(M + h_0)}$$

Diese Gleichung zeigt, je niedriger  $p_2$  ist, desto höher ist der Fluss  $F$ . Es ist oben für einen fixierten Hochdruck  $p_1$  gezeigt worden, je höher das Luftvolumen, desto tiefer sinkt  $p_2$  gegenüber  $\bar{p}_2$ .

Wenn die obigen Rechnungen für den Fall eines fixierten Niederdrucks statt Hochdrucks neu gemacht werden, findet man dass der Druck  $p_1$  bei Strömung kleiner wird während der Druck  $p_2$  konstant bleibt. Auf Grund der letzten Gleichung *fällt* der Leitungsfluss für einen fixierten Niederdruck  $p_2$ . Bei einer Pumpenart mit fixiertem Fluss in der letzten Gleichung, sieht man durch ähnliche Rechnungen dass beide Drücke  $p_1$  und  $p_2$  wegen der Luft gleich abfallen.

Andererseits wenn das Luftvolumen genügend groß wird, gibt es plötzlich überhaupt keinen Fluss, wie man in dem in Abbildung 9 gezeigten Gleichgewicht sieht. Hier ist die Klappe aufge-

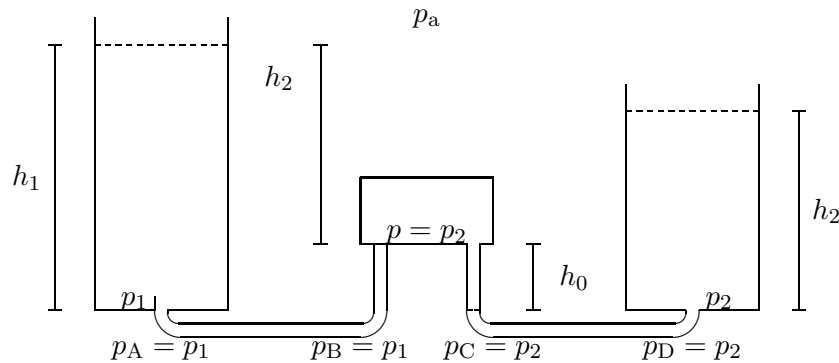


Abbildung 9: Ein Gleichgewicht für das in Abbildung 8 dargestellte Pumpensystem. Hier ist die Klappe aufgemacht, aber es gibt keine Strömung, weil es genug Luft in Tank 0 gibt.

macht und Tank 0 ist voll mit Luft, deren Druck  $p = p_2$  der Tiefe  $h_2$  in Tank 1 entspricht. Mit diesem Luftdruck ist die Tiefe der Luft in der rechten Hälfte der Leitung im selben Niveau mit dem Boden von Tank 2.

Schliesslich wird die Möglichkeit analysiert, dass die Luft mit einem genügend hohen Druck durchgespült werden mag. Um die Durchspülung zu ermöglichen, muss Tank 0 eng genug sein, dass die  $R$ -abhängigen Terme im Bernoulli-Poiseuilleschen Gesetz für Tank 0 nicht trivial sind, so dass ein Druckgradient sich bilden kann. In Abbildung 10 werden drei Zustände für Tank 0 gezeigt. In allen Zuständen gibt es Luft im oberen Teil des Tanks. Der rechte Zustand ist der einzige im Gleichgewicht. In den anderen Zuständen gibt es einen Druckgradient entlang der Grenzfläche, während der Luftdruck überall konstant sein soll. Im linken Zustand entsteht der Druckgradient wegen äußerer Kräfte im Pumpensystem. Im mittleren Zustand entsteht der Druckgradient wegen des Auftriebs für untergetauchte Luft. Im rechten Zustand sind diese Druckverteilungen ausgeglichen, und der Druck entlang der Grenzfläche ist konstant. Das Ergebnis  $p_\alpha - p_\beta = \rho gh$  zeigt, je höher die Druckdifferenz  $p_\alpha - p_\beta$  ist, desto steiler ist die Grenzfläche, bis die Luft von links nach rechts durchgespült werden kann.

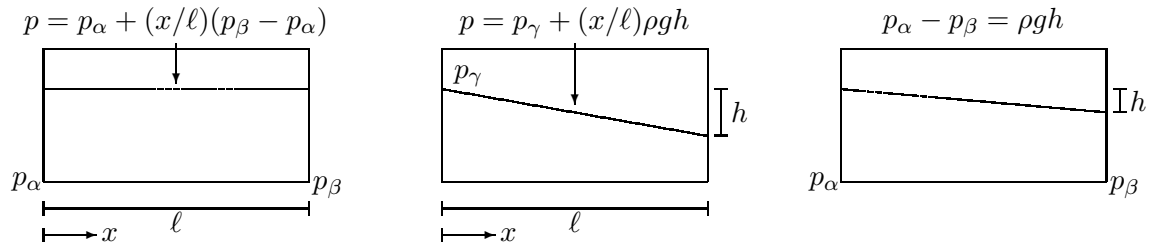


Abbildung 10: Hypothetische Zustände für Tank 0, wobei der rechte Zustand ein Gleichgewicht ist, in dem die in den anderen Zuständen dargestellten Kräfte ausgeglichen werden.

## 5 Verhandlungsergebnis

Für den Winter 2006/2007 sind die folgenden Massnahmen durchgeführt worden:

1. Wegen Druckschwingungen hat es trotz eines Entlüfters die Vermutung gegeben, dass es noch viel Luft im Leitungssystem gegeben hat. Deswegen ist jeder Kreis mit einer starken Pumpe durchgespült worden, um mögliche Luft zu entfernen. Viel Luft ist entdeckt worden, und der gefallene Druck ist wieder hoch gebracht worden. Aber ein großer Druckabfall innerhalb des nächsten Tages ist beobachtet worden. Dadurch hat es den Hinweis gegeben, dass eine Leitung nicht dicht gewesen ist. Eine Undichtheit ist bewiesen worden, nachdem ein gewisser Kreis zugemacht worden ist, und der Druckabfall verschwunden ist.
2. Der undichte Kreis bleibt bis Frühling 2007 zugemacht. Also gibt es nur *zwei* Kreise im Winter 2006/2007, und die Widerstandsbelastung auf die Wärmepumpe ist entsprechend höher.
3. Als Zusatzheizung ist eine Heizpatrone in einen Pufferspeicher eingebaut worden. Diese Zusatzheizung ist auch eine Sicherheitsmassnahme bei einem eventuellen Wärmepumpenausfall.

Im Frühling 2007 wird die ursprünglich vorgeschriebene Konfiguration installiert.