

Übungen zur Lineare Algebra I
Blatt 10 (Bis 18.1.06)
PS WiSe 05/06, Mi. 13.15 - 14.45

(1) Die folgenden Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} sind nicht linear:

$$f(x) = ax + c \text{ mit } c \neq 0, \quad g(x) = |x|, \quad h(x) = x^3, \quad s(x) = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

(2) Zeige: Für $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ gilt:

$$f(x) = ax \text{ mit } a \in \mathbb{Q} \iff \forall x, y \in \mathbb{Q} : f(x + y) = f(x) + f(y)$$

(3)

a) Zeige: $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $f(x, y) = \begin{pmatrix} x \\ x + y \\ 2x + y \end{pmatrix}$ ist linear.

b) Bestimme $\text{Kern}(f)$. Ist f surjektiv?

(4) Es sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + y - z \\ x - y \end{pmatrix}$. Bestimme $\text{Kern}(f)$ und $\text{Im}(f)$.