# Übungen zur Lineare Algebra I
## Blatt 8 (Bis 21.12.05)
### PS WiSe 05/06, Mi. 13.15 - 14.45

**(1)** Sei $K = \{0, 1\}$ ein Körper mit 2 Elementen.

a. Bestimmen Sie $\#K^4$.

b. Geben Sie für $n = 0, 1, 2, 3, 4$ je einen $n$-dimensionalen Unterraum von $K^4$ an.

**(2)** Zeigen Sie in $\mathbb{R}^3$: Sind $U, V$ Unterräume gleicher Dimension, so gilt:

$$U \cup V \text{ ist Unterraum } \Leftrightarrow U = V$$

Gilt diese Aussage im $\mathbb{R}^n$?

**(3)** Sei $\mathbb{R}[x]$ der Polynomring über $\mathbb{R}$. Zeigen Sie: $B = \{1 + x^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ ist eine Basis in $\mathbb{R}[x]$.

**(4)** Sei

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}.$$

Bestimmen Sie die Dimension des vom System $S$ erzeugten Unterraums in $\mathbb{R}^4$.

**(5)** Seien $E, F$ die folgenden Unterräume des $\mathbb{R}^3$:

$$E = \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right], \qquad F = \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right].$$

Bestimmen Sie eine Basis von $E \cap F$.