Übungen zur Lineare Algebra I
Blatt 6 (Bis 30.11.05)
PS WiSe 05/06, Mi. 13.15 - 14.45

(1) Zeige im Rahmen der affinen Geometrie ohne Koordinaten: Sind g und h zwei nicht parallele Geraden im $\mathbb{R}^2$ so gibt es genau einen Schnittpunkt. Stimmt diese Aussage auch im $\mathbb{R}^3$?

(2) Seien $A, B \in \mathbb{R}^n$ $(n = 2, 3)$. Zeige im Rahmen der affinen Geometrie: Es existiert genau eine Gerade g mit $A \in g$ und $B \in g$.

(3) Seien E, F zwei Ebenen in Normalvektorform in $\mathbb{R}^3$, d.h. es existieren $A, B \in \mathbb{R}^3$ und $\vec{n}, \vec{m} \in \mathbb{R}^3$ sodass gilt:

$$E = \{X \in \mathbb{R}^3 | \vec{AX} \cdot \vec{n} = 0\}, \quad F = \{X \in \mathbb{R}^3 | \vec{BX} \cdot \vec{m} = 0\}.$$

Zeige:

$$E = F \quad \Leftrightarrow \quad \exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{m} = \lambda \vec{n} \quad \wedge \quad \vec{AB} \cdot \vec{n} = 0.$$

(4) Bestimme eine Formel für den Abstand eines Punktes $P \in \mathbb{R}^3$ von der Ebene

$$E = \{X \in \mathbb{R}^3 | \vec{AX} \cdot \vec{n} = 0\}$$

in Abhängigkeit von $\vec{AP}$ und $\vec{n}$. Zeige: Die gewonnene Formel ist von der Darstellung der Ebene E unabhängig.

(5) Seien E, F zwei parallele Ebenen in $\mathbb{R}^3$. Zeige:

$$E \neq F \quad \Rightarrow \quad E \cap F = \emptyset.$$