# Übungen zur Lineare Algebra I
# Blatt 5 (Bis 23.11.05)
### PS WiSe 05/06, Mi. 13.15 - 14.45

**(1)** Seien $A$, $B$, $C$, $D$ Punkte des $\mathbb{R}^n$ $(n = 2, 3)$. $(A, B, C, D)$ heißt Parallelogramm dann und nur dann wenn $\vec{AB} = \vec{DC}$.

a. Zeige: Ist $(A, B, C, D)$ ein Parallelogramm, so gilt $\vec{AD} = \vec{BC}$.

b. Bestimme $\vec{AC}$ in Abhängigkeit von $A$, $B$ und $C$ für das Parallelogramm $(A, B, C, D)$.

c. Sei $T$ ein (innerer) Teilungspunkt der 'Seite' $\overline{BC}$ des Parallelogramms $(A, B, C, D)$, so dass $|\overline{BT}|/|\overline{TC}| = 3$. Bestimmen Sie $\vec{AT}$ und $\vec{BT}$ in Abhängigkeit von $A$, $B$ und $C$. Ist $T$ durch $\vec{AT}$ eindeutig bestimmt ?

**(2)** Seien $g = \{X \in \mathbb{R}^n \,|\, \vec{XA} = \lambda\vec{a},\ \lambda \in \mathbb{R}\}$ und $h = \{X \in \mathbb{R}^n \,|\, \vec{XB} = \lambda\vec{b},\ \lambda \in \mathbb{R}\}$ zwei Geraden in $\mathbb{R}^n$ $(n = 2, 3)$ mit $A$ und $B$ Punkte des $\mathbb{R}^n$ und $\vec{a}$, $\vec{b}$ Vektoren im $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie im Rahmen der affinen Geometrie (ohne Koordinaten):

$$g = h \Leftrightarrow \exists \mu \in \mathbb{R} \,:\, \vec{a} = \mu\vec{b} \text{ und } \exists \epsilon \in \mathbb{R} \,:\, \vec{AB} = \epsilon\vec{b}.$$

**(3)** Seien $g$ und $h$ zwei parallele Geraden im $\mathbb{R}^n$ $(n = 2, 3)$ ( $\exists \mu \in \mathbb{R} \,:\, \vec{a} = \mu\vec{b}$ ). Zeige (ohne Koordinaten)

$$g \neq h \Rightarrow g \cap h = \emptyset.$$

**(4)** Zeige (ohne Koordinaten): in $\mathbb{R}^3$ gibt es unendliche viele Ebenen, die eine Gerade $g$ enthalten.