

Übungen zur Lineare Algebra I
Blatt 3 (Bis 9.11.05)
PS WiSe 05/06, Mi. 13.15-14.45

(1) Zeige im Rahmen der anschaulichen Vektorrechnung im \mathbf{R}^2 :

In einem gleichseitigen Dreieck teilt der Höhenschnittpunkt die Höhe im Verhältnis 2:1.

(2) Sei

$$(x, y) = \|x\| \|y\| \cos(\psi), \quad (0 \leq \psi \leq \pi)$$

das Produkt der Vektoren $x, y \in \mathbf{R}^2$, wobei ψ das Winkelmaß des Winkels zwischen x und y ist.
Zeige:

Ein Dreieck mit den Seitenlängen $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ ist rechtwinkelig $\iff a^2 + b^2 = c^2$.

(3) Sei $\|x\|$ die anschauliche Länge des Vektors $x \in \mathbf{R}^2$. Zeige:

- a. $\|x\|_1 = c\|x\|$ mit $c > 0$ ist eine Norm auf \mathbf{R}^2 .
- b. $\|x\|_2 = \sqrt{\|x\|}$ ist keine Norm auf \mathbf{R}^2 .

Erfüllt $\|x\|_2$ die Dreiecksungleichung?

(4) Sei $\{e_1, e_2, e_3\}$ eine Basis in \mathbf{R}^3 .

- a. Ist $\{e_1 + e_2, e_2, 2e_3\}$ eine Basis?
- b. Ist $\{e_1 + e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_3\}$ eine Basis?