Übungen zur Lineare Algebra I
Blatt 2 (Bis 19.10.05)
PS WiSe 05/06, Mi. 13.15 - 14.45

(1) Seien A, B, C und Ω Mengen und A, B, C Teilmengen von Ω. Zeige

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

(2) Seien U, V Teilmengen der Menge $\Omega \times \Omega$. Zeigen Sie:
Im Allgemeinen gilt nicht, dass Mengen A, $B \subset \Omega$ existieren, so dass

$$U \cup V = A \times B$$

(3) In $\mathbb{Z}$ ist folgende Relation R definiert:

$$x \sim y \Longleftrightarrow 5/\, x - y \qquad (5 \text{ teilt } x - y)$$

a) Zeige: R ist eine Äquivalenzrelation.
b) Bestimme alle Äquivalenzklassen.

(4) Seien a, b, c, d Vektoren in der Ebene
a) Bestimme λ, $\mu \in \mathbb{R}$ sodaß:

$$(-3)(0.5\, a - 0.2\, b) + (4\, a + 0.5\, b) = \lambda\, a + \mu\, b$$

b) Bestimme einen Vektor $x \in \mathbb{R}^2$, sodaß

$$(7\, x - 0.5a)\, 4 + c = d.$$

c) Beweise: In einen Parallelogramm halbieren sich die Diagonalen. (Hinweis:

$$(a \neq \alpha b \text{ für alle } \alpha \in \mathbb{R}) \Longrightarrow (\lambda\, a + \mu\, b = 0 \Longleftrightarrow \lambda = 0 \wedge \mu = 0).)$$