

PS Höhere Mathematik I. WS 2012/13.
4. Übungsblatt. 30.10.2012

1. Bestimmen Sie Definitionsbereich und Bild der Funktion

$$x \rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x - 4} - 2.$$

Ist f injektiv? Besitzt f eingeschränkt auf $(4, \infty)$ eine Umkehrfunktion? Geben Sie diese (falls zutreffend) an.

2. Lösen Sie die Gleichung

$$|x + 1| + 2 = |x - 1|$$

a) durch eine geeignete Fallunterscheidung, b) geometrisch an Hand einer Skizze.

3. Der Graph einer Funktion f ist gegeben durch die kürzeste Verbindung (inklusive Endpunkte) der Punktepaare $(2, 1)$ und $(4, 2)$ und weiter $(4, 2)$ und $(5, 4)$. Ist die zugehörige Funktion injektiv? Skizzieren Sie gegebenenfalls den Graph der Umkehrfunktion. Wie kann man Funktion und (falls zutreffend) Umkehrfunktion analytisch in der Form $f^{-1}(y) = \dots$ beschreiben?

4. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion

$$x \rightarrow f(x) = \frac{2x - 4}{x + 1}$$

auf ihrem natürlichen Definitionsbereich. Ist die Funktion beschränkt? Ist f auf $[0, \infty)$ beschränkt?

5. Bestimmen Sie die Kompositionen $f \circ g$ und $g \circ f$ und deren maximalen Definitionsbereich für:

(a) $f(x) = \sqrt{x - 1}$, $g(x) = x^2 - x - 5$.

(b) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, $g(x) = x + 1$.