Mathematik für Studierende der Erdwissenschaften
Übungsblatt 1, Ausarbeitung ab dem 10.Oktober 2016

1. Mit Wolfram Mathematica oder Wolfram Alpha führen Sie die folgenden Befehle durch und erklären Sie die Ergebnisse:

   (a) `Plot[{x^3-x,2/(3 Sqrt[3]),-2/(3 Sqrt[3]),-x,2(x+1),2(x-1)},{x,-1,1}]`
   Vorzeichen der Steigungen in den jeweiligen Bereichen?

   (b) `Plot[Evaluate[{x^3-x,D[x^3-x,x]}],{x,-1,1}]`
   Vorzeichen der parabolischen Kurve in den jeweiligen Bereichen?

   (c) `Plot[x,{x,0,1}]` und `Integrate[x,{x,0,1}]`
   Flächeninhalt des Dreiecks?

   (d) `Plot[Sqrt[x],{x,0,1}]` und `Integrate[Sqrt[x],{x,0,1}]`
   Flächeninhalt unter der Kurve?

2. Durch quadratische Ergänzung schreiben Sie die folgenden Gleichungen so um, dass es erkennbar wird, ob die Relation einer Ellipse, einer Hyperbel oder einer Parabel entspricht. Solche Kurven heißen *Kegelschnitte*, weil sie durch Schneiden eines Kegels entstehen. Dabei sollen die Parameter des Kegelschnitts bestimmt werden, z.B. Achsenlängen, Scheitel, Asymptoten, usw. Stellen Sie die Relationen grafisch dar und lesen Sie den Definitionsbereich D und den Bildbereich B von der Grafik ab.

   (a) $1 + 2x + x^2 - 4y + y^2 = 0$

   (b) $84 - 8x + 4x^2 + 54y + 9y^2 = 0$

   (c) $5 = x + 4y - 2y^2$

   (d) $78 = -8x + 4x^2 - 54y - 9y^2$

   Hinweis: Zur Kontrolle können Sie z.B. für Teil (a) die folgenden Wolfram Befehle probieren:

   ```
   Simplify[1+2x+x^2-4y+y^2]
   ContourPlot[1+2x+x^2-4y+y^2==0,{x,-5,+5},{y,-5,+5}]
   ```

3. Asymptoten einer Hyperbel:

   (a) Für r immer kleiner stellen Sie die Hyperbel $y^2 - x^2 = r^2$ grafisch dar.
   Hinweis: Zur Kontrolle können Sie den obigen Wolfram Befehl `ContourPlot` probieren.

   (b) Stellen Sie die Relation $y^2 - x^2 = 0$ grafisch dar und zeigen Sie, $|y| = |x|$ ist die gleiche Relation.

   (c) Durch Auswertung in $x = -2, -1, 0, +1, +2$ überzeugen Sie sich, es gilt $\sqrt{x^2} = |x|$ aber nicht $\sqrt{x^2} = \pm x$.

   (d) Zeigen Sie anhand der stückweisen Definition der Betragsfunktion, die Lösungen der Gleichung $|x| = 1$ sind $x = \pm 1$.

   (e) Finden Sie zwei Funktionen $y_1(x)$ und $y_2(x)$, die $|y_1(x)| = |x| = |y_2(x)|$ erfüllen.

4. Geraden und Betragsfunktionen.

   (a) Finden Sie die Scheitel für $y_1(x) = |x-2| + 3$ und $y_2(x) = 4|x-5| + 6$.

   (b) Stellen Sie diese Funktionen zusammen mit $y(x) = y_1(x) + y_2(x)$ grafisch dar.
   Hinweis: Zur Kontrolle können Sie den Wolfram Befehl `Plot` probieren, wobei `Abs[x]` für $|x|$ verwendet wird, d.h. $y_1(x)$ lässt sich mit `Abs[x-1]+2` darstellen.

   (c) Finden Sie eine Formel für die Gerade durch $(0, 1)$ und $(2, 0)$.

   (d) Finden Sie Formeln für die drei Geraden, die in den jeweiligen Teilintervallen zwischen den Scheiteln der Funktionen $y_1(x)$ und $y_2(x)$ ersichtlich sind.

   (e) Stellen Sie $y(x)$ mit diesen Formeln bezüglich der jeweiligen Teilintervalle dar.